

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS JATAÍ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

VÍTOR FRANCO RODRIGUES

**MODELAGEM MATEMÁTICA NO PROCESSO DE
ENSINO-APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA NO ENSINO MÉDIO**

JATAÍ

2021



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

- | | |
|----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Tese | <input type="checkbox"/> Artigo Científico |
| <input checked="" type="checkbox"/> Dissertação | <input type="checkbox"/> Capítulo de Livro |
| <input type="checkbox"/> Monografia – Especialização | <input type="checkbox"/> Livro |
| <input type="checkbox"/> TCC - Graduação | <input type="checkbox"/> Trabalho Apresentado em Evento |
| <input type="checkbox"/> Produto Técnico e Educacional - Tipo: _____ | |

Nome Completo do Autor: **Vitor Franco Rodrigues**

Matrícula: **20192020280146**

Título do Trabalho: **Modelagem Matemática no Processo de Ensino-Aprendizagem de Geometria no Ensino Médio**

Autorização - Marque uma das opções

1. Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ___/___/____ (Embargo);
3. Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

- O documento está sujeito a registro de patente.
 O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
 Outra justificativa: _____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- ii. obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

Vitor Franco Rodrigues

Jataí, 22/11/2021

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais .

VÍTOR FRANCO RODRIGUES

**MODELAGEM MATEMÁTICA NO PROCESSO DE
ENSINO-APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA NO ENSINO MÉDIO**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação para Ciências e Matemática.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Linha de pesquisa: Fundamentos, metodologias e recursos para a Educação para Ciências e Matemática.

Sublinha de pesquisa: Ensino de Matemática

Orientador: Dr. Adelino Cândido Pimenta

JATAÍ

2021

Autorizo, para fins de estudo e de pesquisa, a reprodução e a divulgação total ou parcial desta dissertação, em meio convencional ou eletrônico, desde que a fonte seja citada.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)

Rodrigues, Vítor Franco.

Modelagem matemática no processo de ensino-aprendizagem de geometria no Ensino Médio [manuscrito]/ Vítor Franco Rodrigues. -- 2021.

189f. ; il.

Orientador: Prof. Dr. Adelino Cândido Pimenta.

Dissertação (Mestrado) – IFG – Câmpus Jataí, Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática, 2021.

Bibliografias.

Apêndices.

1. Modelagem matemática. 2. Ensino de Geometria. 3. Aprendizagem significativa. 4. Ensino remoto. I. Pimenta, Adelino Cândido. II. IFG, Câmpus Jataí. III. Título.



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS JATAÍ

VITOR FRANCO RODRIGUES

**MODELAGEM MATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA
NO ENSINO MÉDIO**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre(a) em Educação para Ciências e Matemática, defendida e aprovada, em 3 de novembro de 2021, pela banca examinadora constituída por: **Prof. Dr. Adelino Cândido Pimenta** - Presidente da banca / Orientador - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás; **Profa. Dra. Adriana Aparecida Molina Gomes** - Membro interno - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul e **Prof. Dr. Roberto Barcelos Souza** - Membro externo - Universidade Estadual de Goiás. A sessão de defesa foi devidamente registrada em ata que depois de assinada foi arquivada no dossiê do aluno.

(assinado eletronicamente)

Prof. Dr. Adelino Cândido Pimenta
Presidente da Banca (Orientador - IFG)

(assinado eletronicamente)

Profa. Dra. Adriana Aparecida Molina Gomes
Membro Interno (UFMS)

(assinado eletronicamente)

Prof. Dr. Roberto Barcelos Souza
Membro Externo (UEG)

Documento assinado eletronicamente por:

- **Roberto Barcelos Souza**, ROBERTO BARCELOS SOUZA - 234515 - DOCENTE DE ENSINO SUPERIOR NA ÁREA DE PESQUISA EDUCACIONAL - UEG (01112580000171), em 29/11/2021 18:23:01.
- **Adriana Aparecida Molina Gomes**, ADRIANA APARECIDA MOLINA GOMES - 234515 - DOCENTE DE ENSINO SUPERIOR NA ÁREA DE PESQUISA EDUCACIONAL - UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL (15461510000133), em 29/11/2021 11:20:43.
- **Adelino Candido Pimenta**, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 22/11/2021 10:15:29.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 22/11/2021. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifg.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 220895

Código de Autenticação: b4ddc3f51b



TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

- | | |
|----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Tese | <input type="checkbox"/> Artigo Científico |
| <input checked="" type="checkbox"/> Dissertação | <input type="checkbox"/> Capítulo de Livro |
| <input type="checkbox"/> Monografia – Especialização | <input type="checkbox"/> Livro |
| <input type="checkbox"/> TCC - Graduação | <input type="checkbox"/> Trabalho Apresentado em Evento |
| <input type="checkbox"/> Produto Técnico e Educacional - Tipo: _____ | |

Nome Completo do Autor: **Vítor Franco Rodrigues**

Matrícula: **20192020280146**

Título do Trabalho: **Modelagem Matemática no Processo de Ensino-Aprendizagem de Geometria no Ensino Médio**

Autorização - Marque uma das opções

1. Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ___/___/____ (Embargo);
3. Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

- O documento está sujeito a registro de patente.
 O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
 () Outra justificativa: _____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- ii. obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

 Jataí, 22/11/2021

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

AGRADECIMENTOS

Muitas vezes as palavras não conseguem transmitir as emoções e sentimentos em seu real modo e intensidade, mas tentarei expressar por meio da escrita meu sentimento de gratidão a tantas pessoas que caminharam comigo durante o percurso do mestrado.

Tenho total consciência de que somente por Deus que cheguei até aqui, Ele tem me levantado, dado forças, coragem, ânimo e inúmeras provas dos seus cuidados e do seu imenso amor. Ele que têm permitido e colocado pessoas em minha vida que são luzes, suporte e alegria.

Desde meu nascimento, Deus me presenteou com três pessoas que são meus maiores tesouros: pai (Adauto), mãe (Zélia) e irmã (Adaline). Sou grato por ter uma família amorosa, companheira, que apoia minhas escolhas e decisões de forma incondicional. Confio no amor deles e os amo intensamente.

Agradeço de forma especial a Titia Vera Cleide, que me presenteou custeando as despesas com viagens, alimentação e hospedagem em Jataí para cursar as disciplinas do mestrado, além do seu incentivo, carinho e orações. Agradeço também aos demais familiares, tios, tias, primos, avós e antepassados, que estão orando e torcendo pelo meu sucesso.

Ao Prof. Dr. Adelino Cândido Pimenta, pela orientação, pelas suas contribuições acadêmicas neste trabalho, pela confiança, parceria e principalmente pela sua amizade, atenção e carinho.

Aos profs. Dr. Roberto Barcelos Souza e Dra. Adriana Aparecida Molina Gomes, pelas contribuições e apontamentos nesta dissertação, tanto na banca de qualificação, quanto na banca de defesa deste trabalho.

Aos demais professores do Programa de Pós-graduação em Educação para Ciências e Matemática - PPGECM, do Câmpus Jataí, pelas aulas, ensinamentos e pelos momentos compartilhados.

Ao Prof. Dr. Paulo Henrique de Souza, coordenador do mestrado, e a todos(as) colaboradores do PPGECM, pelo excelente trabalho exercido.

Aos alunos participantes da pesquisa e também a toda equipe educacional do Centro de Ensino Médio em Período Integral Polivalente Antônio Carlos Paniago (CEPI Polivalente), pela colaboração, abertura e aprendizagem conjunta.

Aos colegas e amigos do mestrado, pelas ótimas conversas, partilhas e trabalhos desenvolvidos juntos. De forma especial a amiga Priscila Dias de Souza Silva, colega de orientação, pela colaboração mútua durante todo o mestrado, dividindo angústias, alegrias e

experiências.

Agradeço, com muita saudade e tristeza, a minha eterna amiga Taís Santos Neves Carvalho, colega de mestrado, companheira de trabalhos, viagens e de muitas alegrias, que infelizmente teve sua vida interrompida nesta terra, vítima do Covid 19.

Aos meus amigos de Mineiros-GO, que estiveram comigo durante o período do mestrado, trazendo ótimos momentos de descontração e alegria.

Agradeço também ao Programa Institucional de Bolsas para Alunos de Pós-Graduação do Instituto Federal de Goiás pela bolsa concedida, renda que possibilitou que eu tivesse maior tempo para dedicar-me às atividades do mestrado.

De tudo ficaram três coisas...

A certeza de que estamos começando...

A certeza de que é preciso continuar...

A certeza de que podemos ser interrompidos antes de terminar...

Façamos da interrupção um caminho novo...

Da queda, um passo de dança...

Do medo, uma escada...

Do sonho, uma ponte...

Da procura, um encontro!

(Fernando Sabino)

RESUMO

Este trabalho apresenta uma pesquisa vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Jataí. As motivações da pesquisa surgem em torno da pergunta: *Como abordar os conteúdos de Geometria por meio da Modelagem Matemática de maneira que possibilite aos alunos terem uma aprendizagem mais significativa?* Desta forma, buscou-se conhecer, por meio do referencial teórico, a necessidade da Aprendizagem Significativa; as características da Modelagem Matemática; a importância dos conteúdos geométricos na formação do indivíduo e as últimas produções acadêmicas (teses e dissertações), perante a aplicação da Modelagem Matemática no ensino de Geometria. O objetivo da pesquisa foi realizar uma intervenção pedagógica, totalmente em modelo remoto, por meio da Modelagem Matemática acerca de conteúdos de Geometria, com a finalidade de tornar a aprendizagem dos alunos mais significativa. Neste contexto, foram realizadas análises descritivas da aplicação de uma sequência didática em modelo remoto, trabalhando a modelagem com o caso/problema motivador de um lago municipal, com alunos do 3º ano de Ensino Médio de um colégio público da cidade de Mineiros, interior de Goiás. Foram abordados principalmente conceitos de área e volume de elementos irregulares, formas geométricas e noção espacial. Todo o processo investigativo ocorreu em modelo de aulas remotas emergenciais por conta do distanciamento social necessário no período de pandemia do novo Coronavírus. Os resultados da pesquisa apontaram novos caminhos de aplicação da Modelagem Matemáticas em torno do conteúdo de geometria, vislumbrando indícios de uma aprendizagem significativa dos sujeitos participantes.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Ensino de Geometria. Aprendizagem Significativa. Ensino remoto.

ABSTRACT

This work presents a research linked to the Graduate Program in Education for Science and Mathematics of the Federal Institute of Education, Science and Technology of Goiás, Jataí Campus. The research motivations arise around the question: How to approach the contents of Geometry through Mathematical Modeling in a way that allows students to have a more meaningful learning? Thus, we sought to know, through the theoretical framework, the need for Meaningful Learning; the characteristics of Mathematical Modeling; the importance of geometric contents in the formation of the individual and the latest academic productions (thesis and dissertations), in view of the application of Mathematical Modeling in the teaching of Geometry. The objective of the research was to carry out a pedagogical intervention, entirely in a remote model, through Mathematical Modeling on Geometry contents, in order to make students' learning more meaningful. In this context, descriptive analyzes of the application of a didactic sequence in a remote model were carried out, working the modeling with the motivating case/problem of a municipal lake, with 3rd year high school students from a public school in the city of Mineiros, countryside of Goiás. Mainly concepts of area and volume of irregular elements, geometric shapes and spatial notions were addressed. The entire investigative process took place in the form of emergency remote classes due to the social distancing necessary in the period of the new Coronavirus pandemic. The research results pointed out new ways of application of Mathematical Modeling around the geometry content, gleaming signs of a significant learning of the participating subjects.

Keywords: Mathematical Modeling. Teaching Geometry. Meaningful Learning. Remote teaching.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Esquema de uma modelagem definido por Bassanezi	27
Figura 02 – Processos da Modelagem Matemática.	28
Figura 03 – Lago Municipal de Mineiros-GO "Canto do Cerrado"	65
Figura 04 – Vídeo de convite para participação da pesquisa	71
Figura 05 – Vídeo explicativo sobre a pesquisa	79
Figura 06 – Vídeo de apresentação do lago municipal de Mineiros-GO	83
Figura 07 – Aula remota síncrona	90
Figura 08 – Montagem nomes da fauna e flora do cerrado	91
Figura 09 – Capa dos livros sobre fauna e flora do cerrado	92
Figura 10 – Verificação de profundidade com vara de pesca.....	96
Figura 11 – Resumo das melhorias do lago, apontadas pelos alunos.....	98
Figura 12 – Vídeo aula sobre a instalação e funcionamento do Google Earth®	100
Figura 13 – Atividade da Aula “Caliandra Rosa”	103
Figura 14 – Atividade da aluna “Capivara”.....	104
Figura 15 – Atividade da aluna “Koellensteinia”	105
Figura 16 – Atividade da aluna “Cajuzinho do Cerrado”.....	106
Figura 17 – Atividade do aluno “Margarida”	107
Figura 18 – Atividade da aluna “Gabiroba”	108
Figura 19 – Atividade da aluna “Onça Pintada”.....	109
Figura 20 – Atividade do aluno “Veado Campeiro”	110
Figura 21 – Atividade do aluno “Jatobá”	111
Figura 22 – Vídeo aula – explicando o projeto de revitalização do lago	115
Figura 23 – Contagem regressiva para entrega da atividade	115
Figura 24 – Vídeo aula -exemplo de projeto de revitalização	116
Figura 25 – Desenho do lago – medidas	118
Figura 26 – Desenho do lago – distribuição de símbolos.....	119
Figura 27 – Atividade da aluna “Capivara”.....	120
Figura 28 – Atividade da aluna “Cajuzinho do Cerrado”.....	121
Figura 29 – Atividade 2 da aluna “Caliandra Rosa”	123
Figura 30 – Atividade 2 do aluno “Margarida”	124
Figura 31 – Atividade 2 do aluno “Tucano”	125

LISTA DE QUADROS

Quadro 01 – Quantitativo de Produções Pesquisadas	33
Quadro 02– Corpo Teórico Pesquisado.....	34
Quadro 03– Comparativo das produções selecionadas	36
Quadro 04 – Roteiro de aula - Modelagem Matemática	67
Quadro 05 – Nome fictício dos alunos e justificativas.....	74
Quadro 05 – Respostas coletadas na pergunta 1 do Questionário 2.....	84
Quadro 06 – Respostas coletadas na pergunta 2 do Questionário 2.....	86
Quadro 07 – Respostas coletadas na pergunta 3 do Questionário 2.....	87
Quadro 08 – Respostas coletadas na pergunta 4 do Questionário 2.....	89

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 01 - Número de produções por ano	40
Gráfico 02 –Sexo dos alunos participantes	72
Gráfico 03 –Idade dos alunos participantes.....	73
Gráfico 04 –Raça/cor dos alunos participantes	73
Gráfico 05 –Cidade natal dos alunos participantes	74
Gráfico 06 –Respostas da 1ª pergunta	76
Gráfico 07 - Respostas da 2ª pergunta.....	76
Gráfico 08 - Respostas da 3ª pergunta.....	77
Gráfico 09 - Formação do grupo de pesquisa.....	80

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	-----	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	-----	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CNE	-----	Conselho Nacional de Educação
COVID	-----	(co)rona (vi)rus (d)isease "doença do coronavírus".
E.F.	-----	Ensino Fundamental
E.M.	-----	Ensino Médio
ENEM	-----	Exame nacional do Ensino Médio
GO	-----	Goiás
OMS	-----	Organização Mundial da Saúde
PCN	-----	Parâmetros Curriculares Nacionais
PDF	-----	<i>Portable Document Format</i>
PPGECM	-----	Programa de Pós-graduação em Educação para Ciências e Matemática
PR	-----	Paraná
PROFMAT	-----	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PUC	-----	Pontifícia Universidade Católica de Goiás
SBM	-----	Sociedade Brasileira de Matemática
SP	-----	São Paulo
SUS	-----	Sistema Único de Saúde

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO – INÍCIO DO CAMINHAR.....	17
2	APORTE TEÓRICO – CAMINHOS JÁ PERCORRIDOS	22
2.1	A Aprendizagem Significativa na fixação de novos saberes.....	22
2.2	Compreendendo a Modelagem Matemática	25
2.3	Os conteúdos de Geometria no ensino brasileiro	31
2.4	Produções acadêmicas sobre Modelagem Matemática no ensino de Geometria	32
2.4.1	<i>Apresentação das obras selecionadas</i>	<i>36</i>
2.4.2	<i>Relatos individuais das produções selecionadas.....</i>	<i>41</i>
2.4.3	<i>Considerações sobre as produções analisadas</i>	<i>51</i>
3	TEMPOS DE PANDEMIA - ADAPTANDO A VIDA	53
3.1	Ensino brasileiro durante a pandemia do Coronavírus.....	54
4	METODOLOGIA- PLANEJAMENTO DO PERCURSO.....	60
4.1	A Modelagem Matemática como Intervenção Pedagógica.....	61
4.2	Caracterizações do local de pesquisa.....	61
4.3	Instrumentalização metodológica	62
4.4	Sequência didática - Modelagem Matemática aplicada no ensino de Geometria....	64
4.4.1	<i>Primeira etapa – Volume de água do lago</i>	<i>65</i>
4.4.2	<i>Segunda etapa – revitalização da orla do lago</i>	<i>65</i>
4.4.3	<i>Estratégias de Aprendizagem</i>	<i>66</i>
4.4.4	<i>Material Utilizado</i>	<i>69</i>
4.4.5	<i>Evidências de aprendizagem</i>	<i>69</i>
5	O CAMINHAR DA APLICAÇÃO: PEDRAS E FLORES NO PERCURSO	70
5.1	Primeiro contato com os alunos	70
5.1.1	<i>Perfil dos alunos participantes.....</i>	<i>72</i>
5.1.2	<i>Relação dos participantes com a Matemática e Geometria</i>	<i>75</i>
5.2	Formando o grupo de alunos.....	78
5.2.1	<i>Grupo de estudos pelo WhatsApp®</i>	<i>80</i>
5.3	O caso/problema em estudo- 1ª etapa da Modelagem Matemática	81
5.4	Respostas do “Questionário 2” – etapa da produção de dados.....	84
5.5	Primeiro encontro virtual - análise de dados e formulação de modelos.....	90
5.5.1	<i>Quantidade de água no lago – Formulando o modelo.....</i>	<i>92</i>
5.5.2	<i>Melhorias no lago municipal.....</i>	<i>98</i>
5.6	Desenvolvendo a primeira etapa do projeto de revitalização do lago	101
5.6.1	<i>Atividades recebidas da primeira etapa do projeto.....</i>	<i>101</i>
5.7	Segundo encontro virtual.....	112
5.7.1	<i>Explicando a segunda parte do projeto.....</i>	<i>113</i>

5.8	Desenvolvimento da segunda etapa do projeto de revitalização do lago.....	114
<i>5.8.1</i>	<i>Atividades recebidas da segunda etapa do projeto de revitalização do lago.....</i>	<i>117</i>
5.9	Último encontro virtual.....	126
5.10	Respostas coletadas no questionário final.....	129
6	PRODUTO EDUCACIONAL.....	132
7	REVELANDO CAMINHOS: CONSIDERAÇÕES FINAIS	133
7.1	Aulas remotas: enfrentamentos e tecnologias colaborativas.....	134
7.2	Modelagem Matemática: alcances e descobrimentos.....	135
7.3	Vislumbres da Aprendizagem Significativa no ensino de Geometria	137
	REFERÊNCIAS	139
	APÊNDICES	146
	ANEXOS	188

1 INTRODUÇÃO – INÍCIO DO CAMINHAR

“Os sonhos são como uma bússola, indicando os caminhos que seguiremos e as metas que queremos alcançar. São eles que nos impulsionam, nos fortalecem e nos permitem crescer.”(Augusto Cury)

O presente trabalho insere-se na linha de pesquisa “Fundamentos, metodologias e recursos para a Educação para Ciências e Matemática” do Programa de Pós-graduação em Educação para Ciências e Matemática (PPGECM) do Instituto Federal de Educação Ciências e Tecnologia de Goiás, Câmpus Jataí. A motivação principal para o desenvolvimento desta pesquisa é a constante busca por aprimoramento profissional, visando contribuir com a educação brasileira.

Percebe-se que o processo de ensino-aprendizagem na educação brasileira, principalmente nos níveis Fundamental e Médio, carece de aprimoramentos que desamarrem a educação dos tradicionais paradigmas de ensino, sustentados no processo de transmissão de conhecimento passivo, em um caminho unidirecional do professor ao aluno. Esta pesquisa, em contraposição, defende os princípios de uma educação emancipadora ancorada na participação ativa do alunado em sala de aula, avigorando sua criatividade, senso crítico, curiosidade científica, pensamento independente, inovação e autonomia.

Levar professores de Matemática a utilizarem uma metodologia ativa de ensino, que garanta aos seus alunos liberdade intelectual, criativa e que aproxime os conteúdos com sua realidade vivenciada de forma a atribuir maior significado à sua aprendizagem, é o caminho sugerido por esta pesquisa.

A Modelagem Matemática propõe uma metodologia de ensino na qual o aluno assume o papel principal dentro do processo de ensino-aprendizagem. O professor, ao escolher junto com os alunos um assunto/problema do convívio ou local onde residem, desperta nos alunos a motivação necessária para realizarem: levantamento de dados; elaboração de problemas; seleção das variáveis e constantes dos problemas; conjecturas de modelos de soluções; interpretação das soluções e validação dos modelos formulados, despertando nos discentes competências e domínios que vão ao encontro das características da “Aprendizagem Significativa”.

A “Aprendizagem Significativa”, defendida por David Paul Ausubel, almeja desenvolver nos alunos habilidade de pesquisadores críticos e autônomos, que possam ser capazes de coletar dados, investigar, formular, testar hipóteses e validar soluções, interpretando as respostas dos problemas, sabendo argumentar, defender, comunicar, trabalhar

em equipe e atuar na sociedade.

Pensando na melhor forma de colaborar cientificamente com a educação brasileira, esta pesquisa se propôs abordar conteúdos de Geometria perante a metodologia da Modelagem Matemática. Os conteúdos geométricos trabalhados foram principalmente relacionados à cálculos de área e volume de elementos irregulares. Para tal missão, aplicou-se uma sequência didática em um colégio público de Mineiros-GO, com a participação de dezesseis (16) alunos¹ do 3º ano do Ensino Médio. A sequência didática foi desenvolvida totalmente em aulas emergenciais à distância, devido ao isolamento social instaurado no Brasil durante a pandemia do novo coronavírus.

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC, descreve algumas competências específicas da Matemática e suas Tecnologias para o Ensino Médio, dentre elas, destacam-se o uso de estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para a interpretação de situações diversas do cotidiano, construindo modelos, argumentando consistentemente e resolvendo problemas de diferentes contextos (BRASIL, 2018). Portanto, indaga-se a estratégia metodológica de ensino da Modelagem Matemática aplicada no ensino matemático pode cooperar diretamente para o alcance destas competências.

Os conteúdos curriculares da disciplina de Matemática para o Ensino Médio são amplos e complexos, trabalhados desde o ensino de números e álgebra, grandezas e medidas, funções, tratamento de informações, chegando à Geometria. Diante desta enorme gama de conteúdo, a Geometria foi escolhida para ser trabalhada consoante as estratégias metodológicas da Modelagem Matemática, pois, segundo Pereira (2017), a Geometria é um ramo complexo da Matemática, com múltiplas possibilidades que permite a interpretação dos educandos em situações do mundo real, gerando investigações em aplicações matemáticas.

A Geometria destaca-se principalmente pelo estudo das formas existentes que compõem o mundo real, permitindo que os alunos entendam os conceitos, as ideias e as linguagens geométricas presentes no cotidiano, desenvolvendo um pensamento crítico e autônomo (PEREIRA, 2017). Pode-se ainda considerar que a Geometria é um ramo da Matemática preocupado com questões de forma, tamanho e posição relativa de figuras e com as propriedades dos espaços. O local onde se vive é formado por variadas formas geométricas, portanto, sua aplicação no dia-a-dia é vasta, o que justifica o trabalho escolar em ensinar Geometria.

A Modelagem Matemática pode contribuir para a aprendizagem dos educandos ao

¹ O termo “alunos” adotado durante todo o texto refere-se a ambos os gêneros, masculino e feminino.

resgatar a matemática do mundo abstrato para o mundo concreto, relacionando a Geometria com o mundo ao seu redor, na busca de resoluções de problemas vivenciados pelos discentes, constituindo significado na aprendizagem destes.

Seguindo as orientações de Gamboa (2013, p.109) para a formulação da pergunta-síntese da pesquisa, após apresentar a problematização que se almeja solucionar, ele sugere "iniciar o procedimento elaborando um levantamento de indagações possíveis, na forma de frases interrogativas". Após um processo reflexivo sobre o verdadeiro propósito desta pesquisa, foi formulada uma frase interrogativa que pudessem transmitir aos leitores a real intenção educacional da pesquisa de forma clara, distinta e concreta:

Como abordar os conteúdos de Geometria por meio da Modelagem Matemática de maneira que possibilite aos alunos terem uma aprendizagem mais significativa?

O objetivo geral desta pesquisa é, portanto, investigar o processo de aprendizagem significativa dos conteúdos de geometria, empregando a Modelagem Matemática como estratégia didática, por meio de uma intervenção pedagógica desenvolvida no formato de aulas remotas emergenciais, com alunos do terceiro ano do Ensino Médio de um colégio público de Goiás.

Em complementação ao objetivo geral, foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- Compreender a “Aprendizagem Significativa” defendida por Ausubel, bem como a Modelagem Matemática por meio de uma investigação bibliográfica;
- Verificar os conteúdos de Geometria do Ensino Médio e suas expectativas de aprendizagem, expressos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e no Currículo de Referência da Rede Estadual de Goiás;
- Desenvolver e aplicar uma Intervenção Pedagógica em aulas emergenciais à distância, utilizando a Modelagem Matemática;
- Analisar qualitativamente a aplicação da Modelagem Matemática no ensino dos conteúdos de Geometria em aulas à distância;
- Disponibilizar a sequência didática por meio de um *site didático aberto*, contendo roteiros de aulas para a aplicação da Modelagem Matemática nos conteúdos de Geometria para o Ensino Médio.

No intento de tornar a leitura mais didática em uma sequência cronológica e metodológica que permita vislumbrar os processos de sua composição, esta dissertação está estruturada da seguinte forma:

Nesta **Introdução** (Início do caminhar), busca-se dar uma visão geral sobre a pesquisa, contextualizando os elementos motivadores da mesma, apresentando os objetivos, a questão investigativa e a estrutura da dissertação apresentada em seus capítulos que seguem.

O **segundo capítulo** do trabalho apresenta o seu **aporte teórico**, no qual recorre-se a produções acadêmicas científicas que sustentaram as considerações sobre: a necessidade da aprendizagem significativa no ensino público brasileiro; a compreensão básica da Modelagem Matemática; a importância dos conteúdos de Geometria na formação educacional; e um recorte das produções acadêmicas desenvolvidas entre os anos de 2015 e 2021 sobre a Modelagem Matemática aplicada no ensino de Geometria.

No **terceiro capítulo** do trabalho são tecidas reflexões sobre as interferências, adaptações e dificuldades enfrentadas pela educação brasileira com o surgimento da pandemia do novo Coronavírus. O capítulo seguinte exhibe a **metodologia da pesquisa**, da coleta/produção de dados, da aplicação do projeto e o modelo de análise dos fenômenos ocorridos durante a aplicação. Inicia-se discorrendo sobre a Modelagem Matemática enquanto investigação pedagógica no ensino de Geometria, em sequência apresenta-se a caracterização do local da aplicação da pesquisa e descreve-se a metodologia de aplicação, desenvolvimento, produção/coleta de dados e análise da pesquisa; por fim é exibida em um quadro a sequência didática elaborada para aplicação remota.

O quinto capítulo denominado “**O caminhar da aplicação: pedras e flores no percurso**” é o mais significativo da pesquisa, pois objetiva-se em relatar e analisar todo o processo de aplicação da sequência didática em ordem cronológica, iniciando com o primeiro contato com os alunos participantes da pesquisa, o perfil traçado do discentes participantes, seguindo para o relato das etapas da sequência didática, os encontros virtuais realizados, a apresentação e análise das atividades desenvolvidas e a formulação dos modelos matemáticos educacionais.

O sexto capítulo apresenta uma síntese do **produto educacional** gerado por esta pesquisa, seguido pelo capítulo das **considerações finais**, e finaliza-se com as **referências** utilizadas na pesquisa, os **apêndices** e **anexos**, permitindo ao leitor entrar em contato com os instrumentos de coleta/produção de dados (questionários), as listas e materiais de apoio produzidos durante a aplicação da sequência didática e o parecer de aprovação do projeto de pesquisa pelo comitê de ética.

Espera-se que este trabalho corresponda aos anseios científicos dos possíveis leitores, como também dos sujeitos da pesquisa, agregando conhecimento por meio da partilha de experiências científicas dos múltiplos sujeitos (pesquisador, orientador, autores, alunos) e das próprias produções envolvidas. No tópico seguinte é apresentado o aporte teórico que sustentou a compreensão do tema de pesquisa, resgatando os conhecimentos científicos já publicados que revelam caminhos.

2 APORTE TEÓRICO – CAMINHOS JÁ PERCORRIDOS

*“Estou vendo aquele caminho
cheiroso da madrugada:
pelos muros, escorriam
flores moles da orvalhada;
na côr do céu, muito fina,
via-se a noite acabada.*

*Estou sentindo aqueles passos
rente dos meus e do muro.*

*As palavras que escutava
eram pássaros no escuro...
Pássaros de voz tão clara,
voz de desenho tão puro!”
(Cecília Meireles)*

Recorrer a estudos já realizados sobre o tema de pesquisa, permite ampliar os conhecimentos, verificar o estado do problema e nortear as etapas da pesquisa, dando consistência a todo o estudo. Neste capítulo recorre-se à produções científicas já publicadas, que permitem aprofundar os conhecimentos sobre: a Aprendizagem Significativa na fixação de novos saberes, a compreensão da Modelagem Matemática, o ensino de Geometria no Brasil e o resgate das produções acadêmicas a nível de dissertações e teses, entre o período de janeiro de 2015 a agosto de 2021, sobre a aplicação da Modelagem Matemática no ensino de Geometria.

2.1 A Aprendizagem Significativa na fixação de novos saberes

Conforme Rodney Carlos Bassanezi² (2011), a inserção da metodologia da Modelagem Matemática no ensino de Matemática tem apresentado resultados satisfatórios, devido a esta estratégia educacional proporcionar uma aprendizagem de forma mais integrada e gradativa, gerando no aluno uma maior interação com o conteúdo proposto, por fazer parte de problemas concretos do seu cotidiano, corroborando para um "Ensino Significativo" defendido por David Paul Ausubel.

O termo "Aprendizagem Significativa" foi expresso inicialmente pelo médico

² Rodney Carlos Bassanezi é professor titular aposentado do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (IMECC) da Unicamp e da UFABC. Coordenou cursos de Modelagem Matemática na Universidade de Trento, na Itália, e em uma dezena de universidades brasileiras. É autor de diversos livros, entre os quais Introdução ao Cálculo e Aplicações, Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática e Modelagem Matemática: teoria e prática. Fonte. Editora Contexto (2019).

psiquiátrico e professor universitário David Paul Ausubel (1918-2008), que afirmava que o ensino precisava fazer sentido ao aluno, no qual, as informações passadas deveriam ter como base primitiva a própria compreensão inicial do educando (subsunçores), ou seja, a aprendizagem deve partir do que o aluno já conhece ou vivencia. O professor deve primeiramente conhecer o alunado, seus costumes, crenças, suas concepções de mundo e, partindo daí, traçar as melhores maneiras de ensinar, visando uma aprendizagem fixada e compreendida, que corrobora com o desenvolvimento de seres autônomos, críticos, que compreendem o mundo e participam ativamente da sociedade (MOREIRA; MASINI, 2006).

Ausubel (1968 *apud* MOREIRA; MASINI, 2006) apresenta o processo de aprendizagem significativa como uma engrenagem mecânica, no qual o aluno ao deparar-se com alguma informação/situação ou fato completamente novo, tece relações em sua memória com os conhecimentos já fixados em seu saber (subsunçor), desenvolvendo a assimilação de novos conhecimentos que passarão também a servir como uma nova base de compreensão para ancorar uma nova informação. No processo de aprendizagem, à medida que os novos conhecimentos vão se fixando no campo do saber, estes, irão sustentar conhecimentos cada vez mais elaborados que irão ampliar a capacidade de assimilação do indivíduo.

Na aprendizagem significativa, o aprendiz realiza uma "Assimilação de conceitos", na qual consegue fazer uma relação entre a nova informação recebida com a outrora já fixada na sua estrutura cognitiva. Este processo de Assimilação só ocorre quando o novo conceito apresentado é potencialmente significativo ao estudante; neste momento fica explícito a necessidade do professor avaliar seus alunos para conhecer quais conceitos já estão fixados no saber e podem ser utilizados como subsunçor dos novos ensinamentos (MOREIRA; MASINI, 2006).

Agra *et al.* (2019), reforça que a Teoria da Aprendizagem Significativa se formula como uma estratégia promissora para aplicação formal de ensino, nela os alunos aprendem de maneira não arbitrária e não literal, relacionando os conhecimentos prévios relevantes do educando, chamados subsunçores, com a nova informação recebida, gerando no seu cognitivo o entendimento ancorado na sua própria compreensão.

Ausubel resumiu a teoria da Aprendizagem Significativa na seguinte frase: “Se tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um só princípio, diria o seguinte: o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averigue isso e ensine-o de acordo” (AUSUBEL, 1978, p. iv, *apud* MOREIRA, 2006). Moreira esclarece que a expressão “aquilo que o aprendiz já sabe” refere-se a estrutura cognitiva do aluno, a sua organização de conteúdos e ideias do educando a respeito daquele conhecimento que será

trabalhado, não é somente a ideia de “pré-requisito”, mas sim, de estruturação cognitiva que são relevantes para a aprendizagem de um novo conhecimento.

Com o desenvolvimento de sucessivas interações na estrutura cognitiva dos alunos, um determinado subsunçor passa a possuir novos significados, torna-se mais rico, mas refinado seu entendimento, que posteriormente servirá para ancorar novas aprendizagens significativas. Para Ausubel o fator que mais importante na aprendizagem é o ponto de partida deste conhecimento, ou seja, o entendimento prévio dos alunos e suas interações cognitivas preliminares (AGRA *et al.*, 2019).

Agra *et al.* (2019) afirma que desvendar os conhecimentos prévios dos educandos, vai além de identificar suas representações, conceitos e ideias, deve-se vislumbrar também os aspectos culturais, históricos, sociais em suas manifestações de linguagens corporais, afetivas e cognitivas. O educador precisa estar atento aos alunos, suas revelações e expectativas vividas, os objetos pertencentes a sua vida, as condições existenciais, ou seja, ir além do aspecto intelectual.

Aprender perante a teoria de Ausubel, corresponde a uma dinâmica com múltiplas características: **contínua**, por ser progressiva; **pessoal**, devido cada aluno sentir, ver e reagir de sua própria maneira; **intencional**, pois o aluno irá relacionar de maneira substantiva a nova informação com os conhecimentos relevantes em sua estrutura cognitiva; **ativo**, por requerer exercício mental; **dinâmico; recursivo; de interação** (entre a informação e conhecimentos prévios) e **interativo** por estabelecer relações entre sujeitos que formulam um conhecimento particular, produzido num determinado momento e contexto. (AGRA *et al.*, 2019).

Em sua teoria, Ausubel entende que a aprendizagem se organiza na estrutura cognitiva de maneira hierárquica e dividida em fases. A primeira fase refere-se a ancoragem seletiva do material de aprendizagem com as ideias na estrutura cognitiva, a segunda fase a construção do produto interativo, resultante da combinação das ideias recém-introduzidas com as ideias relevantes existentes, a terceira fase da assimilação obliterante, em que a ideia nova e as inicialmente existentes tornam-se progressivamente indissociáveis e finalmente a fase do surgimento de novos significados, subsunçores modificados passíveis de retenção ou esquecimento.

No caso da inexistência de subsunçores, ou quando não forem satisfatórios e estáveis para a ancoragem do novo conhecimento, Ausubel sugere o uso de organizadores prévios para manipular a estrutura cognitiva (DA SILVA; SCHIRLO, 2014).

Moreira e Masini (2006) exemplificam os organizadores prévios como textos, filmes, esquemas, desenhos, fotos, perguntas, mapas conceituais, entre outros materiais, que

permitam ao aluno compreender de forma ampla o conceito que será aprendido, facilitando sua internalização e despertando as possíveis relações de conhecimentos no seu campo cognitivo. Os autores salientam que o organizador prévio não é um resumo de que será aprendido, mas sim um grau de abstração ou generalidade capaz de facilitar a integração do novo conhecimento.

Para Moreira e Masini (2006) são necessários novos olhares perante o modelo de ensino tradicional, pois na sociedade contemporânea não é suficiente adquirir novos conhecimentos, mas é preciso possuir uma visão crítica em relação aos conhecimentos adquiridos. Portanto, não somente decorar conteúdos e repeti-los, mas aprender conteúdos, raciocinar, analisar criticamente e produzir novos conhecimentos.

Em concordância, Agra *et al.* (2019) relata que o atual processo de ensino-aprendizagem nas escolas brasileiras, tem trabalhado mecanicamente o ensino, no qual os alunos são treinados a memorizar conceitos, ofuscando, desse modo, o pensar próprio. Os conhecimentos aprendidos mecanicamente somente são aplicáveis as situações já conhecidas que não exigem raciocínio diferenciado. É necessário formar alunos com capacidade de agir com autonomia diante qualquer realidade.

No tópico seguinte, trata-se sobre a Modelagem Matemática que almeja colaborar metodologicamente com a Aprendizagem Significativa dos discentes, dentro do processo de ensino-aprendizagem no Ensino Médio.

2.2 Compreendendo a Modelagem Matemática

O dicionário de língua Portuguesa Michaelis (2010) traz o termo "Modelagem" como a formulação de um modelo, do verbo modelar (fazer um modelo). Adentrando no significado da palavra "modelo", ela é definida como um "objeto que se destina a ser reproduzido por imitação". Partindo dessas definições, é possível compreender que a Modelagem Matemática tem por intuito criar/desenvolver um modelo matemático que permita ser reproduzido ou imitado.

Bassanezi (2019) explica que o termo “modelo” é ambíguo e que pode ser utilizado em diferentes situações, porém, quando trata-se de Modelagem Matemática, “modelo” é considerado à representação de um sistema, podendo ser classificado em dois tipos: “Modelo Objeto” e “Modelo Teórico”.

O “Modelo Objeto” refere-se a representação de um objeto ou fato concreto, nas quais suas características principais é a estabilidade e a homogeneidade das variáveis e a sua

representação “pode ser pictórica (um desenho, um esquema compartimental, um mapa, etc.), conceitual (fórmula matemática), ou simbólica” (BASSANEZI, 2019. p. 20). Nestes modelos a representação é sempre parcial por deixar escapar variações individuais e pormenores do fenômeno ou do objeto modelado.

Já o “Modelo Teórico” é vinculado a uma teoria geral existente e é construído em torno de um modelo objeto com um código de interpretação. No “Modelo Teórico” há uma fidelidade as características de um sistema real, representando as “variáveis essenciais existentes no fenômeno e suas relações são obtidas através de hipóteses (abstratas) ou de experimentos (reais)” (BASSANEZI, 2019. p. 20).

Bassanezi (2019, p.24), explica que a “Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos” e destaca que a importância do modelo matemático está na utilização de uma linguagem concisa, que consiga exprimir as ideias de maneira clara e sem equívocos, podendo proporcionar vários resultados (teoremas) que permitam o uso de métodos computacionais para calcular suas soluções numéricas.

Os modelos matemáticos, segundo Bassanezi (2019), podem ser formulados conforme a natureza dos fenômenos ou situações analisada, classificando-os conforme o tipo de matemática utilizada podendo ser: Linear ou não linear; Estático ou Dinâmico; Educacional ou Aplicativo; Estocástico ou Determinísticos. No caso específico desta pesquisa, logicamente que os modelos matemáticos gerados se classificam como “Educaçãois”, que conforme o autor, são baseados em um número mínimo e simples de suposições, apresentando sempre soluções analíticas.

A maioria dos modelos matemáticos educacionais envolvem somente a investigação de uma ou duas variáveis, estando isoladas da complexibilidade das demais relações fenomenológicas existentes. Ou seja, estes modelos não conseguem representar a realidade com o grau de fidelidade adequada para fazer previsões, a intenção principal de gerar modelos matemáticos educacionais está na aquisição de experiências e no fornecimento de ideias para a formulação de modelos mais adequados à realidade estudada (BASSANEZI, 2019).

Ao analisar o significado da Modelagem Matemática pode-se destacar alguns autores que descreveram a respeito das características dessa arte: conforme Bassanezi (2011, p. 16) a Modelagem Matemática pode ser entendida como “[...] arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Em complementação, Iritani (1998) define que a Modelagem Matemática tem por objetivo fornecer uma melhor compreensão do mundo, representando

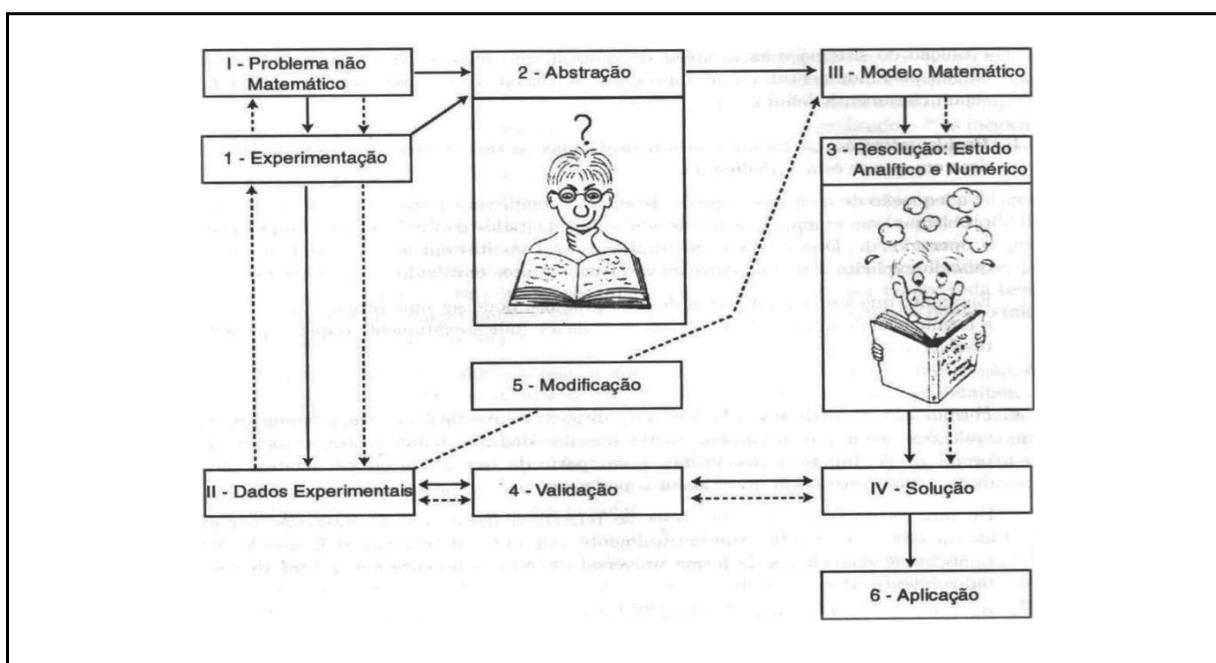
matematicamente o que acontece na natureza por meio de um modelo conceitual, onde ocorre levantamentos e interpretações de dados e observações realísticas, que possibilitam antecipar futuras situações e compreender ocorridos passados, permitindo direcionar as tomadas de decisões. Portanto, um modelo matemático "é obtido quando se consegue extrair o essencial da situação-problema e transformá-lo em linguagem matemática sistematizada" (BUENO; REIS, 2007, p. 27 *apud* BARROS; GAMEIROS, 2016).

Pensando na Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino, esta pode ser bastante eficaz, em que apresenta ao alunado um problema real ou semirreal, de preferência do meio cotidiano, onde os alunos irão realizar a coleta de dados, analisar as informações e apresentar os resultados em um modelo matemático que permita compreender, ponderar e avaliar a situação proposta (BARROS; GAMEIROS, 2016).

Utilizar a Modelagem Matemática como ferramenta didática, capacita o alunado a ter uma visão global da realidade na qual está inserido e favorece a investigação de outras áreas do conhecimento através da matemática. Em sua dimensão cognitiva a matemática relaciona-se às capacidades de quantificar, comparar, classificar, medir, inferir, explicar, generalizar, avaliar, entre outros domínios (XAVIER, 2015).

No livro “ensino-aprendizagem com modelagem matemática” do professor Rodney Carlos Bassanezi (2019) é apresentado um esquema (Figura 01) que representa uma sequência de etapas que a modelagem matemática deve seguir para modelar um problema real ou situação.

Figura 01 – Esquema de uma modelagem definido por Bassanezi



Fonte: Bassanezi (2019, p. 27)

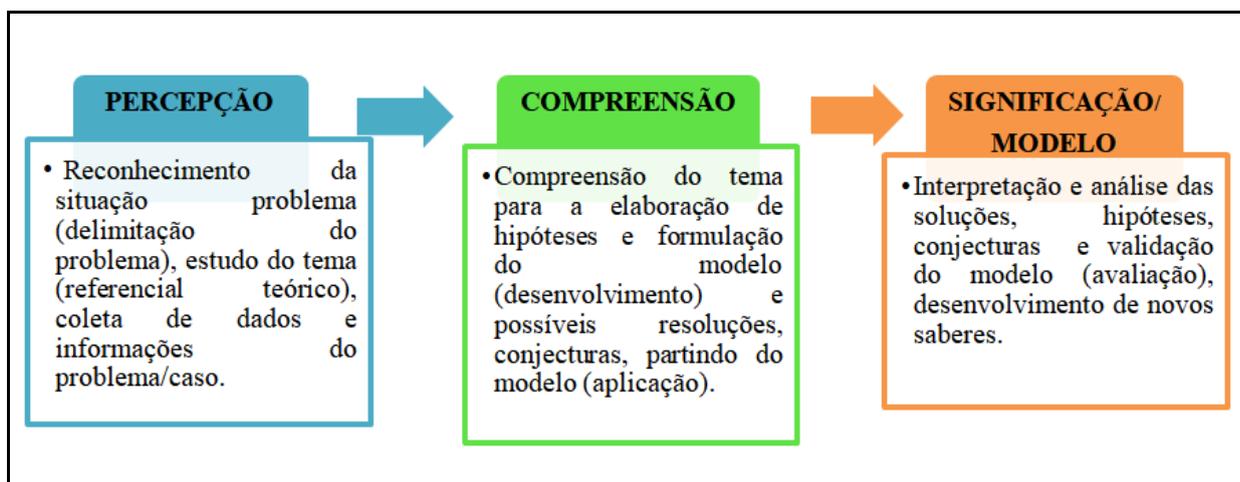
Para Bassanezi (2019) a primeira etapa da Modelagem Matemática é a “Experimentação”, nela ocorre a obtenção de dados por meio de atividades essencialmente laboratoriais. Podem ser adotadas técnicas e métodos estatísticos na pesquisa experimental concedendo maior grau de confiabilidade aos dados obtidos.

A segunda fase da Modelagem Matemática é a “Abstração”, neste momento são formulados os Modelos Matemáticos, passando pelas etapas de: seleção de variáveis; problematização numa linguagem própria da área em estudo; formulação das hipóteses e simplificação do modelo (BASSANEZI, 2019).

A terceira fase da modelagem, definida por Bassanezi (2019), é a “Resolução” na qual se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente. Em sequência vem a fase da “Validação” em que ocorre o processo de aceitação ou não do modelo proposto. Caso o modelo necessite de melhorias e adaptações em sua formulação, surge a necessidade de passar pela fase da “Modificação” buscando tornar o modelo conjurado o mais preciso e real possível.

A pesquisadora Maria Salett Biembengut³ (2009) simplificou as etapas da Modelagem Matemática em três principais fases: percepção, compreensão, significação/modelo (Figura 02).

Figura 02 – Processos da Modelagem Matemática.



Fonte: Adaptado de Biembengut (2009).

Na fase da “Percepção” que também pode ser chamada de “Interação”, desenvolve-se

³ Maria Salett Biembengut é professora e pesquisadora na Universidade Regional de Blumenau (FURB). Matemática com especialização na Unicamp, mestrado em Educação Matemática pela Unesp (sob orientação do professor Rodney Carlos Bassanezi), doutorado em Engenharia de Produção de Sistemas pela UFSC e Pós-Doutorado em Educação pela USP. É Presidente do Comitê Interamericano de Educação Matemática - CIAEM (2003-2007) e fundadora do Centro de Referência da Modelagem Matemática no Ensino - CREMM. Fonte: Editora Contexto.

um estudo sobre a situação problema em análise, este estudo pode ocorrer de modo indireto através de livros, revistas especializadas ou algum material teórico, ou pode ocorrer de forma direta, *in loco*, por meio da experiência em campo, de dados experimentais obtidos com especialistas da área. Biembengut e Hein (2021), descreve que a fase da “Percepção” pode ser subdividida em duas, o reconhecimento da situação-problema e a familiarização, dessa forma a situação-problema em estudo se torna mais clara à medida que se interage com os dados.

Levando para o campo educacional, onde muitas vezes é exigido pelo sistema de ensino o estudo de conteúdos programáticos, o professor seguirá as mesmas etapas da modelagem. Na primeira fase “Percepção” o professor pode realizar uma breve exposição sobre o tema, atribuindo aos alunos certa delimitação com a área de estudo que tenham mais interesse, motivando-os a participar do processo de modelagem. O professor, em sequência faz um levantamento de questões aos alunos, buscando instigá-los e darem sugestões (BIEMBENGUT; HEIN, 2021).

Biembengut e Hein (2021) descrevem que a fase da “Compreensão” também chamada de “Matematização”, é a mais complexa de todas e pode ser subdividida em *formulação do problema e resolução*.

Na etapa de *formulação do problema* ocorre a “tradução” da situação problema para a linguagem matemática. Na *formulação do problema*, surgem as hipóteses, sendo necessário classificar as informações levantadas em relevantes e não relevantes, decidir quais serão os fatores a serem investigados, selecionar as variáveis e constantes do problema, utilizar símbolos apropriados para cada variável e descrever as relações em termos matemáticos. Ou seja, ao final desta etapa espera-se “chegar a um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébricas, ou gráficos, ou representações, ou programa computacional que levem à solução ou a dedução de uma solução” Na etapa da *Resolução de problema*, ocorre “à resolução ou análise com o “ferramental” matemático de que se dispõe.” (BIEMBENGUT; HEIN, 2021, p.14).

Em sala de aula, Biembengut e Hein (2021) sugerem que a fase da “matematização” ocorra a seleção de uma das questões levantadas pelo grupo de alunos e busca-se levar os alunos a proporem respostas que os levarão a atingir as metas propostas. Pode solicitar-se aos alunos que façam uma pesquisa sobre o assunto em estudo. Durante o processo de formulação da questão, o professor suscitará um conteúdo matemático que almeja trabalhar e delimitará a abrangência do caso/problema dentro deste conteúdo, sem perder de vista a motivação dos alunos.

Ainda na fase da “matematização” podem ser propostos exemplos análogos para que o

conteúdo não se restrinja ao modelo. Estes exemplos permitem uma visão mais clara ao aluno sobre o assunto em estudo, preenchendo possíveis lacunas no entendimento. Podem ser propostos também a resolução de exercícios de modo a verificar se os conceitos apresentados foram aprendidos. Por fim, na etapa da “matematização” retoma-se à questão que gerou o processo, apresentando uma solução. (BIEMBENGUT; HEIN, 2021).

A última fase da modelagem expressa por Biembengut e Hein (2021) denomina-se Significação-Modelo. Nesta fase conclui-se o modelo, ocorrendo uma avaliação em que se verifica o grau de confiabilidade na sua utilização, desenvolvendo a interpretação do modelo ao analisar as suas implicações da solução e a adequabilidade do modelo em resolver o caso/problema, validando assim o modelo. No campo educacional essa fase não é diferente, o grupo de alunos irá avaliar o modelo matemático quanto à validade e à importância, caso necessário, retoma-se o processo para melhoria do modelo.

Desenvolver a Modelagem Matemática desperta diversas habilidades e competências. A fase da "Percepção" relaciona-se com as ações de menor complexibilidade, onde retoma aos conhecimentos já existentes, lembrando conteúdos; já na fase da "Compreensão" ocorrem elaborações, operações mais complexas e o desenvolvimento das hipóteses. Por fim, a fase da "Significação/Modelo" é quando serão apresentadas as possíveis soluções e suas avaliações. Portanto, o processo apresenta uma crescente em níveis de dificuldade, desafiando e despertando novos saberes e domínios de conhecimento (XAVIER, 2015).

Em sala de aula, as atividades de Modelagem Matemática envolvem ações como: coletar informações sobre o fenômeno em estudo (coleta de dados); a identificação e seleção das variáveis do caso; o levantamento de conjecturas; a simplificação do problema; e a criação de um modelo matemático que possa ser avaliado. As ações da Modelagem Matemática são, preferencialmente, realizadas em grupos e encontros em que ocorrem a interação entre professores/alunos, e alunos/alunos, desenvolvendo assim o ser pensante e cooperativo (FERRUZZI; ALMEIDA, 2015).

A Modelagem Matemática possui diversos pontos positivos na formação dos estudantes, desenvolvendo a habilidade de pesquisadores críticos e autônomos que possuem capacidades de coletar dados, investigar, formular e testar hipóteses e validar as soluções interpretando as respostas dos problemas, sabendo argumentar, defender, comunicar e trabalhar em equipe (BURAK, 2019).

2.3 Os conteúdos de Geometria no ensino brasileiro

Os estudos sobre o ensino da Geometria no Brasil tem seus registros iniciais em meados do século passado, onde eram centrados no método axiomático abstrato, fundamentado em axiomas, formulações, definições, teoremas e demonstrações. Após o Movimento da Matemática Moderna, nos anos de 1970, ocorreu um novo foco do ensino de Geometria, visando atender à expansão tecnológica ocorrida no final do século XX. Com a elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), na década de 1990, o ensino da Geometria voltou-se para o cotidiano do aluno (SILVA, 2010).

Silva (2010) faz uma crítica sobre o ensino de Geometria nas escolas, que apesar dos conteúdos de Geometria estarem presentes nos currículos das unidades escolares, muitas vezes têm sido negligenciados, ficando sem ser estudados durante o ano letivo, ou deixados para o final do ano, de forma concentrada e superficial, no qual os professores somente solicitam aos alunos que apliquem fórmulas de áreas e volumes, sem realizar um estudo explorando as formas e elementos das figuras geométricas que contribuiria para uma melhor formação conceitual aplicada na resolução de problemas.

Os conteúdos de Geometria para o Ensino Médio são apresentados no Tópico II - Matemática e suas Tecnologias, da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), elaborada no ano de 2017, que visa o aprofundamento de conceitos matemáticos em contextos sociais e de trabalho para "resolução de problemas e análises complexas, análise de dados estatísticos e probabilidade, geometria e topografia, robótica, automação, inteligência artificial, programação, jogos digitais, sistemas dinâmicos, dentre outros" (BRASIL, 2018, p. 477).

No campo das habilidades, a BNCC apresenta a Geometria perante a resolução de problemas envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa; utiliza a geometria para compreender, analisar e construir figuras geométricas em observação as produções humanas (construções civis, obras de arte, entre outras); para o estudo do volume de prismas, cilindros, cones, pirâmides e corpos redondos em situações reais (BRASIL, 2018).

Os conteúdos de Geometria para o Ensino Médio (EM) estão expressos no Currículo Referência da Rede Estadual de Educação de Goiás, no qual destaca-se a Geometria Plana, no 1º ano do E.M., em que as expectativas de aprendizagem são voltadas à utilizar fórmulas geométricas; calcular perímetros e áreas de figuras planas desenvolvendo resoluções de problemas; analisar triângulos, aplicando o Teorema de Tales na resolução de problemas; entre outras expectativas.

Já na 2ª série do E.M., a Geometria é estudada nos conteúdos de Geometria Espacial com a identificação de vértices, faces e arestas, reconhecimento de prismas, triângulos e cilindros, resolução de problemas envolvendo cálculo de áreas e volumes de prismas, pirâmides, cones e esferas. Por fim, na 3ª série são aplicados os conteúdos de Geometria analítica com conceitos de planos, retas, segmentos de retas, pontos, distância entre pontos, ponto médio, entre outros.

Pensando no amplo conteúdo estudado na Geometria e as possíveis habilidades correspondentes aos conteúdos, fica explícito que o seu estudo nas escolas, possibilita aos alunos o desenvolvimento do seu raciocínio espacial e visual, reconhecendo as formas, posições e tamanhos de objetos bidimensionais e tridimensionais, presentes em seu cotidiano.

Encerra-se esse subtópico com a contribuição da pesquisadora Estela Kaufman Fainguelernt “O estudo da Geometria é de fundamental importância para se desenvolver o pensamento espacial e o raciocínio ativado pela visualização, necessitando recorrer à intuição, à percepção e à representação, que são habilidades essenciais para a leitura do mundo [...]” (FAINGUELERNT, 1999, p. 53).

2.4 Produções acadêmicas sobre Modelagem Matemática no ensino de Geometria

O presente capítulo apresenta as produções científicas produzidas no Brasil dentro do período de 2015 a agosto de 2021 sobre a temática “Modelagem Matemática no ensino de Geometria”, almejando elucidar o que tem sido publicado em teses e dissertações sobre o tema.

O levantamento de produções acerca do tema em questão ocorreu por meio de três (3) plataformas digitais online de acesso público: Banco de Teses e Dissertações da CAPES; Google Acadêmico; Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. A busca foi executada durante o período de 12 a 17 de junho de 2020 e atualizada no dia 24 de agosto de 2021. Em todas as plataformas a busca consistia em encontrar teses e dissertações brasileiras que abordassem o tema: Modelagem Matemática no ensino de Geometria para o Ensino Médio.

A primeira plataforma digital onde ocorreu a “garimpagem” das teses e dissertações foi o “Google Acadêmico”, na qual foram estipulados os descritores: “Modelagem Matemática”; “Ensino de Geometria” e “Ensino Médio”. Foram selecionados os filtros: últimos cinco (5) anos; língua portuguesa; teses e dissertações. Como resultado foram remetidos cento e oitenta e sete (187) resultados, os quais passaram por uma segunda seleção

através da leitura dos títulos que se enquadravam dentro do tema, reduzindo para doze (12) produções. Todas elas passaram pela apreciação dos resumos, neste momento duas (2) produções apresentaram link de acesso corrompido, as demais após leitura do resumo confirmaram o enquadramento do tema, finalizando com dez (10) dissertações selecionadas.

Sequencialmente ocorreu a busca de produções na Banco de Teses e Dissertações da CAPES, na qual, foi estipulado o descritor “Modelagem Matemática”, com os filtros: últimos cinco (5) anos e língua portuguesa; Grande área conhecimento: Ciências Exatas e da Terra; Ciências Humanas; Multidisciplinar. Área Conhecimento: Educação; Ensino; Ensino de Ciências e Matemática; Matemática e Matemática Aplicada. Área de Concentração: Educação; Educação Matemática; Ensino de Ciências e Matemática; Ensino de Ciências e Educação Matemática; Ensino de Matemática; Modelagem Matemática. Como resultado foram remetidos duzentos e noventa e sete (297) resultados, os quais passaram por uma segunda seleção através da leitura dos títulos, restando vinte e sete (27) produções. Todas elas passaram por apreciação dos resumos, neste momento duas (2) produções apresentaram link de acesso corrompido, outras sete (7) já haviam sido selecionadas na plataforma digital anterior e as demais, após leitura do resumo, confirmaram enquadramento no tema, finalizando com dezesseis (16) dissertações e duas (2) teses.

Por fim a busca na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações foram definidos os descritores: “Modelagem Matemática”; “Ensino de Geometria”. Os filtros adotados foram: últimos 5 anos e língua portuguesa. O resultado remeteu em cento e cinquenta e duas (152) produções, os quais passaram pela segunda seleção através da leitura dos títulos e enquadramento na temática, resultando em quatorze (14) títulos, dos quais, sete (7) estavam repetidos em buscas anteriores, finalizando com seis (6) dissertações e uma (1) tese.

Quadro 01 – Quantitativo de Produções Pesquisadas

Plataformas digitais	Número de produções encontradas	1º Seleção <i>Leitura dos títulos</i>	2º Seleção <i>Leitura dos resumos</i>	Corrompidos	Repetidos	Teses	Dissertações
Google Acadêmico	187	12	10	2	0	0	10
Banco de Teses e Dissertações da CAPES	297	27	18	2	7	2	16
Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações	152	17	10	0	7	1	9
TOTAL	461	56	38	4	14	3	35

Fonte: da própria pesquisa

Após a busca de teses e dissertações relacionadas ao tema de pesquisa nas plataformas digitais foi organizado o Inventário de Produções, o qual tabelou as trinta e oito (38) produções selecionadas, descrevendo o título da obra, autor(a), orientador(a), tipo da obra (tese ou dissertação), área de conhecimento, Instituição/local, ano e resumo. Este Inventário de Produções tem por finalidade facilitar a compreensão e visualização das produções encontradas, agilizando o processo de análise dos dados e apresentação dos resultados.

Para melhor apresentação dos trabalhos selecionados, no Quadro 02 pode-se apreciar os títulos das produções, autor(a), tipo da obra (T=Teses; D= Dissertações) e ano de publicação.

Quadro 02– Corpo Teórico Pesquisado

Nº	TÍTULO	AUTOR	TIPO	ANO
1	Aprendizagem significativa: uma proposta de ensino e aprendizagem da geometria euclidiana espacial no Ensino Médio	Lacordério Tavares Fernandes	D.	2015
2	Área de figuras planas: uma proposta de ensino com Modelagem Matemática	Carlos Eduardo Petronilho Boiago	D.	2015
3	Modelagem Matemática e bicicleta: proposta de ensino e de aprendizagem para alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola no município de Santana-AP	Fábio Andress dos Santos	D.	2015
4	Competências dos alunos em atividades de Modelagem Matemática	Ana Paula Zanim Lorin	D.	2015
5	A Modelagem Matemática e o desenvolvimento da autonomia: um estudo com estudantes do Ensino Médio	Ingridi Rodrigues Charal Galvani	D.	2016
6	A Modelagem Matemática como prática pedagógica no Ensino Médio integrado em administração do IFSC - Caçador	Flavio Fernandes	D.	2016
7	Modelagem Matemática na Educação Básica	Adilson Antônio Sella	D.	2016
8	Estudo de mobiliário escolar: um olhar para a sala de aula através da Modelagem Matemática	Cristiane Hahn	D.	2016
9	Um panorama de pesquisas sobre o uso da Modelagem Matemática no Ensino Médio: 2010 a 2014	Douglas Borreio Maciel dos Santos	D.	2016
10	Modelagem Matemática e o conhecimento reflexivo: um estudo a partir da captação da água da chuva	Jonisario Littig	D.	2016
11	Geometria analítica a partir de georreferenciamento: construindo aplicativos em sala de aula no ensino médio, via Modelagem Matemática	Janir Assunção Maués	D.	2017
12	Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem de estatística na Educação Básica	Minéia Bortole Machado	D.	2017
13	Modelagem Matemática no Ensino Básico	Kátia Rúbia Silva Carneiro Fonseca	D.	2017
14	Projeto de Modelagem Matemática e teoremas em ação: uma investigação sobre os conceitos de área e perímetro	Rozély Xavier Rosa	D.	2017
15	Projetos de Modelagem Matemática no ensino para a aprendizagem de Geometria Espacial no 2º ano do Ensino Médio	Luciano David Pereira	D.	2017
16	Registros de representação semiótica mobilizados na obtenção do volume de um cilindro: uma atividade orientada pelos princípios da modelagem matemática	Janaína da Silva Corrêa	D.	2017

17	Unidade de ensino potencialmente significativa com Modelagem Matemática para a aprendizagem do conceito de volume em uma escola militar do RS	Alexandre Xavier dos Santos	D.	2017
18	A Observação de Padrões: Modelagem Matemática através de Sequências Numéricas e Objetos Geométricos	Luana Miranda Baltazar Titoneli	D.	2017
19	Modelagem Matemática: Um recurso facilitador no processo ensino-aprendizagem	Ângela Pereira Baraldi	D.	2018
20	Aprendizagem Significativa em atividades de Modelagem Matemática	Cíntia da Silva	T.	2018
21	Aprender geometria em práticas de Modelagem Matemática: uma compreensão fenomenológica.	Dirceu dos Santos Brito	T.	2018
22	Modelagem Matemática e Metodologia Ativa: Práticas Pedagógicas Alternativas ao Ensino Tradicional	Luis Henrique Cabral Generoso	D.	2019
23	Modelagem Matemática: um estudo quali-quantitativo com alunos do 2º ano do Ensino Médio	Ângela Maria Moraes	D.	2019
24	Etnomodelagem: uma abordagem de conceitos geométricos no cemitério de Arraias – TO	Cristiane Castro Pimentel	D.	2019
25	Funções estudadas no primeiro ano do Ensino Médio e suas aplicações	June Cristien Braz	D.	2019
26	A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e uma proposta para abordagem de problemas reais via ajuste de curvas	Willian Henrique de Brito	D.	2019
27	Dinâmica de máquinas rotativas: um instrumento de aprendizagem no Ensino Médio	Sérgio Joaquim da Silva	D.	2019
28	O ensino de matemática através da construção de uma edificação no software Sweet Home 3D uma proposta de ensino para jovens retidos no Ensino Fundamental II	Alan Francisco de Souza Gonçalves	D.	2019
29	Do campo à matemática: os princípios da modelagem matemática para uma aprendizagem significativa	Andressa Franco Vargas	D.	2020
30	Modelagem na educação e geometria: contribuições para inclusão de estudante com deficiência intelectual	Edmilson Ferreira Pereira Junior	D.	2020
31	A Modelagem Matemática aplicada ao estudo da geometria plana e espacial: área, perímetro e volume	Alex dos Santos Ferreira	D.	2020
32	Algumas atividades e construções geométricas para o ensino de geometria aplicadas ao Ensino Médio	Cíntia Renóbio	D.	2020
33	Um estudo sobre a criatividade em um ambiente de aprendizagem de modelagem matemática	Olga Cristina Penetra Giraldi	D.	2020
34	Modelagem matemática no ensino médio: um panorama de estudos e suas contribuições	Gabrielle Ribeiro Da Silva Rocha Merlim	D.	2020
35	Atividades experimentais investigativas em contexto de aulas com modelagem matemática: uma análise semiótica	Paulo Henrique Hideki Araki	D.	2020
36	Modelagem matemática e as propostas da BNCC: contribuições para o ensino de sequências no Ensino Médio.	Jhefrendy Moraes Da Cunha	D.	2020
37	Modelagem Matemática e Aprendizagem Móvel como estratégia pedagógica para o ensino de Matemática no Ensino Médio	Neuber Silva Ferreira	T.	2020
38	Um Aplicativo de Celular como Alternativa Metodológica para o Ensino de Semelhança de Triângulos e Pirâmides	Fabício José Oliveira Caliani	D.	2021

T. = Tese (Doutorado) / D. = Dissertação (Mestrado)

Fonte: da própria pesquisa

No subtópico seguinte serão apresentadas as análises desenvolvidas sobre as obras selecionadas e breves considerações em torno das trinta e oito (38) produções científicas que tratam sobre a utilização da Modelagem Matemática no campo educacional acerca de conteúdos geométricos.

2.4.1 Apresentação das obras selecionadas

Com o objetivo de facilitar a visualização das características das obras selecionadas e também realizar uma comparação entre elas, o Quadro 03 “Comparativo das produções selecionadas”, apresenta as produções acadêmicas (teses e dissertações) seguindo a mesma ordem numérica do Quadro 02 “Corpo Teórico Pesquisado”. Foram tabeladas as informações: cidade e estado de origem; instituição educacional vinculada; programa de pós-graduação; modelo de trabalho (aplicado em sala, revisão teórica, estado da arte e estado do conhecimento); metodologias didáticas envolvidas na pesquisa e os níveis/séries/anos aplicados e/ou abordados no trabalho.

Quadro 03– Comparativo das produções selecionadas

Nº	Cidade/Estado	Instituição de ensino	Programa de pós-graduação	Modelo de trabalho	Metodologias didáticas	Conteúdos/matérias	Níveis/séries
1	Natal-RN	Universidade Federal do Rio Grande do Norte	Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática	Aplicado	Modelagem Matemática, Aprendizagem significativa	Geometria euclidiana e espacial.	2ª série do E.M.
2	Ituiutaba-MG	Universidade Federal de Uberlândia	Programa de Pós-graduação em ensino de Ciências e Matemática	Aplicado	Modelagem Matemática e Aprendizagem Significativa	Áreas de figuras planas composição e decomposição de formas geométricas	3º ano do E.M.
3	Lajeado-RS	Centro Universitário UNIVATES	Mestrado profissional em ensino de Ciências exatas	Aplicado	Modelagem Matemática	Geometria plana, espacial e analítica, funções e percentagens.	3º ano do E.M.
4	Londrina-PR	Universidade Estadual de Londrina	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática	Revisão Teórica	Modelagem Matemática	Interdisciplinar.	4º semestre de Licenciatura em Matemática
5	Maringá-PR	Universidade Estadual do Maringá	Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática	Aplicado	Modelagem Matemática e Educação Freiriana	Distância entre dois pontos, ponto médio, perímetro e mediana.	3º ano do E.M.
6	Chapecó-RS	Universidade Federal da Fronteira do Sul	PROFMAT	Aplicado	Modelagem Matemática	Funções, proporções, conversão de unidades, gráficos e tabelas.	Modulo II do E.M.I. em Administração
7	Cuiabá-MT	Universidade Federal de Mato Grosso	PROFMAT	Aplicado	Modelagem Matemática e Etnomatemática	Área, volume, vazão, proporção, relações trigonométricas no triângulo retângulo.	2º ano do E.M.

8	Santa Maria-RS	Universidade Federal de Santa Maria	PROFMAT	Aplicado	Modelagem Matemática	Medidas, formas geométricas, perímetros, áreas, levantamento de custos.	1º ano do E.M.
9	São Paulo-SP	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	PROFMAT	Estado da arte	Modelagem Matemática	Recorte de produções 2010 a 2014 - Modelagem Matemática no E.M.	E.M.
10	Vitória-ES	Instituto Federal Do Espírito Santo	Programa de Pós-graduação em Ciências e Matemática	Aplicado	Modelagem Matemática e teoria sociocultural	Captação de água da chuva para irrigação – Volume, vazão e área	2º ano do E.M.
11	Belém-PR	Universidade do Estado do Pará	Programa de Mestrado Profissional em ensino de Matemática	Aplicado	Modelagem Matemática	Geometria analítica: deslocamento de dois pontos, ponto médio, alinhamento de três pontos, equação geral da reta, coeficiente angular.	3º ano do E.M.
12	Porto Alegre-RS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul	Programa De Pós-Graduação Em Ensino De Matemática	Aplicado	Modelagem Matemática	Estatística	7º ano do E.M.
13	Goiânia-GO	Universidade Federal de Goiás	PROFMAT	Proposta de aplicação	Modelagem Matemática	Modelo de ornamentos e modelagem do n° áureo	E.M e E.F.
14	Maringá-PR	Universidade Estadual de Maringá	Programa De Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática	Aplicado	Modelagem Matemática e teoria dos campos conceituais	Área e perímetro	6º ao 9º ano
15	Ouro Preto	Universidade Federal de Ouro Preto	Mestrado Profissional em Educação Matemática	Aplicado	Modelagem Matemática	Geometria Espacial-Volume, formas geométricas	2º ano do E.M
16	Santa Maria-RS	Universidade Federal de Santa Maria	Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física	Aplicado	Modelagem Matemática	volume de combustível em um cilindro	curso de Matemática Licenciatura
17	Santa Maria-RS	Universidade Federal de Santa Maria	Programa de pós-graduação em educação matemática e ensino de física	Aplicado	Modelagem Matemática e aprendizagem significativa	Conceito de Volume	3º ano do E.M
18	Rio de Janeiro-RJ	Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro	Programa de Pós-Graduação em Matemática	Revisão teórica	Modelagem matemática	Sequências Numéricas e Objetos Geométricos	E.M.

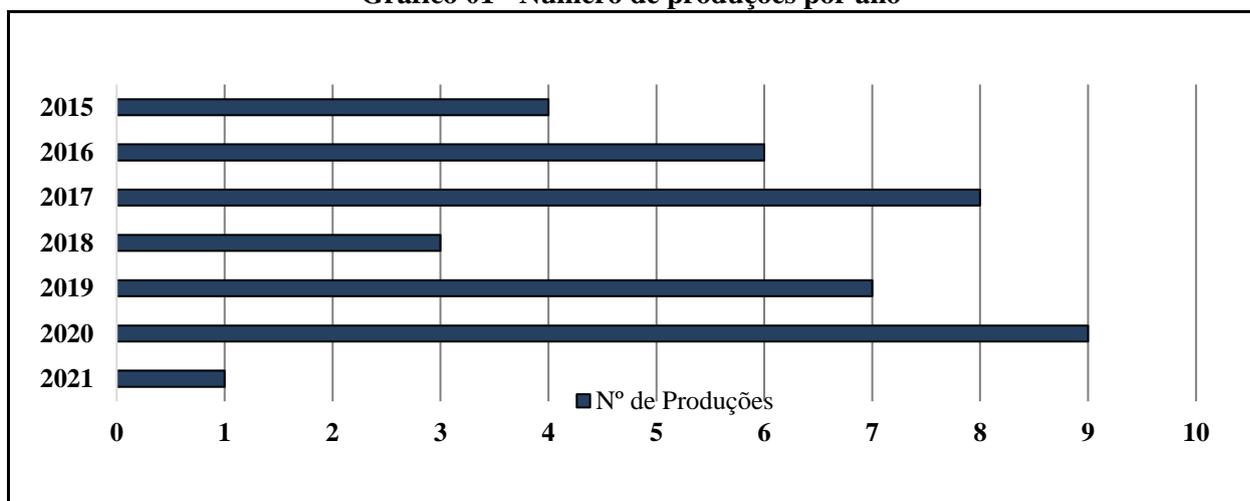
19	Três Lagoas-MS	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul	PROFMAT	Aplicado	Modelagem Matemática	Volume, formas geométricas, unidades de medida.	6º ano do E.F. e 2º e 3º ano do E.M.
20	Londrina-PR	Universidade Estadual de Londrina	Programa de Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática	Aplicado	Modelagem Matemática e aprendizagem significativa	Cálculo diferencial e integral	Licenciatura em Química
21	Londrina-PR	Universidade Estadual de Londrina	Programa de Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática	Aplicado	Modelagem Matemática	Geometria ampla	7º ano do E.F.
22	Cuiabá-MT	Universidade Federal de Mato Grosso	PROFMAT	Revisão teórica	Modelagem Matemática, Metodologia de resolução de problemas, Aprendizagem baseada em problemas, espiral construtivista.	Matemática/Geometria (comparação teórica das metodologias)	E.M.
23	Catalão-GO	Universidade Federal de Goiás	PROFMAT	Aplicado	Modelagem Matemática	Matrizes	2º ano do E.M.
24	Arraias-TO	Universidade Federal do Tocantins	PROFMAT	Proposta de aplicação	Modelagem Matemática, Etnomodelagem e Etnomatemática	História e cultura local, formas geométricas, ângulos e medidas	Ensino básico
25	Uberaba-MG	Universidade Federal do Triângulo Mineiro	PROFMAT	Aplicado	Modelagem Matemática	Funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica	1º ano do E.M.
26	Curitiba-PR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná	PROFMAT	Revisão teórica	Modelagem Matemática	Interdisciplinar- ajuste de curvas	E.M.
27	Catalão-GO	Universidade Federal de Goiás	PROFMAT	Proposta de aplicação	Modelagem Matemática	Máquinas rotativas: equações do 2º grau, funções polinomiais, Lei de Hook e 2ª lei de Newton	E.M.
28	Dourados-MS	Universidade Federal da Grande Dourados	Mestrado profissional	Aplicado	Modelagem Matemática e aprendizagem significativa e sala de aula invertida	Espaço, formas, tratamento de informações numéricas e operações.	E. F. 2ª fase
29	Santa Maria-RS	Universidade Franciscana	Programa De Pós-Graduação Em Ensino De Ciências E Matemática	Aplicado	Modelagem Matemática e aprendizagem significativa	Polígonos, perímetro, áreas, distâncias, média, mediana, volume.	9º ano do E.F.

30	Ilhéus-BA	Universidade Estadual de Santa Cruz	Programa De Pós-Graduação Em Educação Matemática	Aplicado	Modelagem Matemática	Noção de espaço, orientação por mapas, reconhecimento de polígonos	7º ano do E.F. alunos com deficiência intelectual
31	Manaus-AM	Universidade Federal do Amazonas	Mestrado Profissionalizante em Matemática	Aplicado	Modelagem Matemática	Abastecimento de água: volume, vazão, área.	2º ano de E.M
32	Bauru-SP	Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”,	PROFMAT	Aplicado	Modelagem Matemática	geometria plana: ponto, reta, plano, ângulos, lados de uma figura plana, vértices, identificação de figuras, áreas de polígonos e perímetro.	2º ano do E.M.
33	Porto Alegre - RS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul	Pós-Graduação em Ensino de Matemática	Aplicado	Modelagem Matemática	Razão, proporção, formas, tamanhos, maquetes	8º ano de E.F.
34	Pouso Alegre- MG	Universidade do Vale do Sapucaí	Programa de Mestrado em Educação	Estado do conhecimento	Modelagem Matemática	Interdisciplinar	E.M.
35	Londrina-PR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática	Aplicado	Modelagem Matemática e Semiótica Peirceana	Interdisciplinar - Calorímetro, Canhão vórtex, plano inclinado.	9º ano do E.F.
36	Curitiba-PR	Universidade Federal do Paraná	PROFMAT	Revisão teórica	Modelagem Matemática		E.M.
37	São Paulo-SP	Universidade Cruzeiro do Sul	Programa De Pós-Graduação Doutorado Em Ensino De Ciências E Matemática	Aplicado	Modelagem Matemática e Tecnologia digital móveis	Conjuntos numéricos, funções: quadrada, logarítmica, exponencial e modular.	1º ano do E.M
38	São José do Rio Preto- SP	Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”	PROFMAT	Proposta de aplicação	Modelagem Matemática por aplicativos de celular	Semelhança de triângulos e introdução às pirâmides	9º ano E.F.

Fonte: da própria pesquisa

A primeira análise efetuada foi referente ao número de produções desenvolvidas por ano pesquisado (Gráfico 01). O período de busca foi estipulado entre janeiro de 2015 a agosto de 2021 e apontou que a média de produções acadêmicas (teses e dissertações) durante o período de seis anos e meio foi de aproximadamente seis (6) produções por ano. O ano com menor produção sobre a temática foi 2018, porém apresentou duas teses sobre o tema. Foi encontrada uma produção no ano de 2021, até o mês de agosto, número que pode aumentar até o encerramento do ano.

Gráfico 01 - Número de produções por ano



Fonte: da própria pesquisa

Pereira (2015), realizou um levantamento de produções monográficas sobre o tema Modelagem Matemática e Geometria Espacial, no qual as palavras-chave buscadas assemelham-se significativamente aos descritores de busca utilizados nesta pesquisa. Pereira (2015) coletou vinte e três produções que envolvessem a temática, todas dissertações de mestrado, sendo a mais antiga datada em 2004, evidenciando que anteriormente pouco se estudava e produzia sobre o tema no Brasil.

A segunda análise desenvolvida foi o agrupamento de produções por regiões brasileiras, que tem a intenção de apontar quais localidades mais abordaram e produziram sobre o tema. A região Sul foi a que apresentou maior número de produções dezesseis (16), seguida por Sudeste com onze (11), Centro-oeste com sete (7), Norte com três (3) e Nordeste com uma (1). O estado com mais produções foi o Paraná com nove (9) produções, seguido do Rio Grande do Sul com oito (8).

Com referência aos principais programas de pós-graduação que produziram sobre a temática, dezenove (19) advém de programas de mestrados profissionalizantes, o que representa mais de 50% em relação ao total de produções selecionadas. Paixão e Bruni (2013)

esclarecem que o surgimento de programas de mestrados profissionais responde a uma necessidade brasileira de aproximar as produções acadêmicas das práticas laborais, no caso da educação, um olhar voltado às ações do professor(a) em sala de aula. Os primeiros mestrados profissionalizantes datam da década de 1990, focados à necessidade de formação de professores e pesquisadores, no formato de ensino para a aplicação e prática (FISCHER, 2005 *apud* PAIXÃO e BRUNI, 2013).

Quinze (15) produções pertencem ao programa PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) que é um programa de mestrado semipresencial com oferta nacional, formado por Instituições de Ensino Superior, coordenado pela SBM (Sociedade Brasileira de Matemática), que surgiu mediante uma ação induzida pela CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior). A PROFMAT visa atender professores de matemática que atuam na educação básica, especialmente na rede pública de ensino, fornecendo aprimoramento em formação profissional (portal da PROFMAT, 2020).

Das trinta e oito (38) produções, vinte e três (23) são oriundas de Universidades, Instituições e Programas de âmbito Federal, oito (8) Estaduais e sete (7) de Instituições Privadas. Com destaque a Universidade Estadual de Londrina-PR com três (3) produções, sendo duas (2) teses, a Universidade Federal de Santa Maria (3), a Universidade Estadual de Maringá (2), a Pontifícia Universidade Católica (PUC) do Rio e São Paulo (2) e a Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (2).

2.4.2 Relatos individuais das produções selecionadas

A seguir os trabalhos acadêmicos serão discorridos, tecendo breves comentários em ordem cronológica de publicação.

Fernandes (2015) realizou um trabalho aplicado com alunos do 2º ano do Ensino Médio em um colégio público do estado do Maranhão sobre o ensino de Geometria Euclidiana Espacial à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa, utilizando Mapas Conceituais e a Modelagem Matemática como ferramentas de ensino, relatou em sua conclusão que os resultados foram contundentes em termos de aprendizagem, no qual as metodologias adotadas serviram como elemento motivacional aos alunos participantes da pesquisa ao abordar temas de sua vivência.

Boiago (2015) trabalhou junto aos alunos do 3º ano do Ensino Médio, por meio de uma sequência didática, “cálculos de áreas de figuras planas com composição e decomposição de formas geométricas e um processo de modelagem de logotipos figurais” (p. 05). Foi

utilizado o Software GeoGebra durante o processo para a Modelagem de logotipos. A sequência didática teve por finalidade desenvolver a aprendizagem significativa e a Modelagem favorecer a aprendizagem de áreas de figuras planas em sala de aula. Em suas considerações destaca a importância da organização do professor na preparação da aula, até a disponibilidade de computadores para os alunos e a necessidade de experiência prévia do professor com a Modelagem.

Santos (2015) desenvolveu um trabalho acadêmico voltado para solucionar a falta de motivação dos alunos em estudar Matemática no Ensino Médio, para tal, desenvolveu um Intervenção Pedagógica em uma escola pública em Santana-AP. Utilizou a Modelagem Matemática sobre o tema bicicleta que aproximou a temática do cotidiano dos alunos, gerando discussões sobre os conceitos de geometria plana, espacial e analítica, utilizando o Excel e pesquisas na internet. Com o desenvolvimento das atividades ele percebeu uma mudança de postura dos estudantes “tornaram mais críticos, criativos, participativos e motivados” (p. 06).

Lorin (2015) apresentou em sua pesquisa uma investigação sobre as competências requeridas ou desenvolvidas pelos alunos ao trabalharem com a Modelagem Matemática. Seu trabalho foi desenvolvido com alunos do 4º semestre de Licenciatura em Matemática na Universidade Tecnológica do Paraná, e possibilitou apontar algumas competências como: identificar um problema em uma situação; definir um problema matemático; deduzir um modelo matemático; estabelecer e interpretar relações entre a Matemática e situações reais, identificar os procedimentos necessários no desenvolvimento de atividades e as possíveis potencialidades da modelagem.

O trabalho dissertativo de Galvani (2016) atentou-se em identificar atitudes dos alunos ao trabalharem com a Modelagem Matemática, buscando visualizar as características de autonomia defendidas por Paulo Freire. Foi aplicada uma pesquisa-ação em uma turma de 3º ano do Ensino Médio da rede pública do Paraná. Em sua conclusão a autora aponta que as atitudes dos estudantes, advindas da atividade de Modelagem favorecem o desenvolvimento da sua autonomia e destaca que “as atividades de Modelagem na perspectiva sociocrítica oferecem uma nova dimensão aos problemas propostos, na qual os estudantes além de aprender, buscam uma formação crítica, reflexiva e dialógica” (p. 101).

Fernandes (2016) em sua dissertação apresenta resultados de investigações bibliográficas e da aplicação de uma proposta pedagógica de Modelagem Matemática no Ensino Médio técnico em administração em Santa Catarina – PR. A Modelagem Matemática foi utilizada perante a problemática de aberturas de empresas fictícias, trabalhando conceitos de funções, proporções, conversão de unidades, gráficos, tecnologias, dentre outros. Em seu

trabalho ele identifica que a abordagem metodológica da Modelagem Matemática “evidencia fatores interdisciplinares, motivacionais e interpessoais, além de oportunizar a exploração e a aprendizagem de conceitos curriculares de Matemática a partir da exploração e pesquisa de situações reais” (p. 07).

Sella (2016) desenvolveu em sua dissertação um panorama histórico da Modelagem Matemática no Brasil e sua ligação com a Etnomatemática, e também aplicou o uso dessa ferramenta nas aulas de Matemática em uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública no estado de Mato Grosso. Em seus resultados da pesquisa o autor aponta que a Modelagem Matemática possibilita uma melhor compreensão dos problemas do cotidiano do aluno, mostrando que a Matemática é útil para os mesmos. Destaca também que a Modelagem exige uma preparação contínua do professor e que extrapola o controle sobre os conteúdos trabalhados. Afirma que o problema motivador aplicado com a Modelagem deve ter relevância na vida dos alunos. Como análise da aplicação em sala de aula da Modelagem Matemática o autor destaca que: “No trabalho realizado com os alunos, a Modelagem Matemática mostrou-se muito eficaz, apresentando bons resultados, que puderam ser observados através da motivação, envolvimento, questionamentos e autonomia dos alunos” (p. 46).

Hahn (2016) apresenta em seu trabalho dissertativo uma pesquisa aplicada sobre a temática “Fabricação de Mobiliário Escolar Infantil” com alunos do 1º ano do Ensino Médio utilizando a abordagem didática da Modelagem Matemática. Foi desenvolvida uma sequência didática trabalhando tópicos de matemática em torno do problema norteador. Em sua análise foi possível identificar que o aluno ao trabalhar com a Modelagem dentro do problema, alcança os conceitos da geometria e da álgebra. Os alunos se mostraram motivados a participar devido trabalharem com conteúdos matemáticos dentro de um problema prático do dia a dia.

Santos (2016) em sua dissertação do mestrado acadêmico, desenvolveu uma pesquisa teórica bibliográfica do tipo estado da arte, apresentando um panorama de pesquisas sobre o tema Modelagem matemática no Ensino Médio durante o período de 2010 a 2014, utilizando a busca no Banco de Teses as CAPES, a Biblioteca Digital da PUC-SP e na internet pelo Google. O autor captou 28 trabalhos, no qual 18 utilizaram função como conceito modelados, aparecendo também números complexos, progressões aritméticas, regra de três, Geometria Espacial, entre outros conteúdos que foram apresentados como fenômeno a ser modelado. Em suas considerações finais ele aponta que nas pesquisas analisadas existem depoimentos indicando dificuldades no uso da Modelagem Matemática, como “dificuldades em preparar

uma atividade relacionando o fenômeno real e o objeto matemático, a construção do modelo é custoso...” (p. 118). E apresenta também depoimentos positivos, como os alunos prestarem mais atenção nas aulas, maior interesse em resolver o problema e os “alunos passam de meros espectadores para (co) autores do processo de aprendizagem” (p. 118).

A dissertação de Litting (2016) divulga uma pesquisa que teve como objetivo analisar e identificar o desenvolvimento do conhecimento reflexivo, baseando-se em atividades de Modelagem Matemática sob a perspectiva sociocrítica. Foram aplicadas a oito (8) alunos do Ensino Médio de um colégio público estadual do Espírito Santo, atividades de Modelagem Matemática em torno do problema motivador da captação da água da chuva para irrigar um jardim sustentável. Em seus resultados o autor aponta indícios do desenvolvimento da capacidade de refletir, argumentar e intervir dos alunos na situação problema, através da Matemática, gerando assim a construção do conhecimento reflexivo.

Maués (2017) apresenta um estudo sobre construção de aplicativos em sala de aula no Ensino Médio, por meio da Geometria Analítica. Foi aplicada uma sequência didática utilizando a metodologia da Modelagem Matemática em uma turma do 3º ano do Ensino Médio de um colégio público no estado do Pará. Nos resultados é apontado os desempenhos dos alunos no desenvolvimento dos exercícios, no qual, alguns erraram as questões expressando que a atividade apresentou médio grau de dificuldade, entretanto, a atividade foi favorável para a formação do aluno como cidadão do mundo, ao estudarem a geometria relacionando-a com fenômenos do seu dia a dia, ficaram mais envolvidos e interessados no estudo.

Machado (2017) realizou uma pesquisa de estudo de caso que visa empregar a Modelagem Matemática em conteúdos programáticos de estatística. Foi aplicada uma sequência didática em uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental em um colégio público do Rio Grande do Sul. A Modelagem Matemática foi empregada como metodologia didática, visando dar significado à Matemática ao aproximar com a realidade dos alunos, estimulando a reflexão e a crítica dos fatos da sociedade. Em suas considerações finais a autora julga que a Modelagem Matemática favorece a aprendizagem de estatística, despertando um maior envolvimento dos alunos ao aproximar-se de sua realidade.

Fonseca (2017) apresenta em sua pesquisa a Modelagem Matemática como uma possível solução para a diminuição da defasagem de ensino na disciplina de Matemática no Ensino Básico. Em seu trabalho são sugeridas propostas de modelos matemáticos para serem aplicados no Ensino Médio ou Fundamental, dentro da problemática de orçamentos e número áureo. As propostas de atividades em seu trabalho pretendem facilitar a compreensão dos

alunos acerca dos assuntos abordados.

Rosa (2017) desenvolveu um trabalho aplicado em turmas de 6º a 9º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública no Estado do Paraná, abordando os conceitos de área e perímetro, utilizando a Teoria dos Campos Conceituais. A intenção da pesquisa foi identificar como teoremas em ação falsos, em questões contextualizadas e em um projeto de Modelagem Matemática em torno da pintura do muro da escola. Em seus resultados a autora aponta que nas questões contextualizadas os alunos apresentaram teoremas em ação falsos, já na realização do projeto de Modelagem Matemática, não foram identificadas manifestações de teoremas em ação falsos.

A pesquisa de Pereira (2017) teve como objetivo principal identificar e analisar as possíveis contribuições da realização de Projetos de Modelagem na aprendizagem de Geometria Espacial. O projeto “As formas geométricas de nossa cidade”, foi aplicado em uma turma de 2º ano do Ensino Médio de um colégio público no Estado de Minas Gerais. Durante o projeto, os alunos participantes escolheram os locais de cidade que motivaram investigar as formas geométricas. Em seus resultados Pereira aponta diversas contribuições do Projeto em Modelagem Matemática tanto na aprendizagem dos conteúdos de Geometria Espacial, como também para a formação da criticidade e autonomia dos educandos.

Corrêa (2017) desenvolveu seu projeto dissertativo junto aos alunos de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Santa Maria, tendo como objetivo investigar como estes acadêmicos mobilizam registros de representação semiótica dentro da problemática: volume de combustível em um cilindro. Para tal investigação, foram desenvolvidas 10 atividades seguindo os pressupostos da Modelagem Matemática. Em suas análises conclui-se que as atividades seguindo a metodologia da Modelagem Matemática, viabilizou a exploração de diferentes registros semióticos, despertando uma postura investigativa nos acadêmicos.

Santos (2017) apresenta um estudo acerca da Aprendizagem Significativa do conceito de volume de sólidos por alunos de uma escola militar do Rio Grande do Sul. Os alunos do Ensino Médio foram submetidos a uma unidade de ensino potencialmente significativa, utilizando atividades de Modelagem Matemática. Em suas análises o pesquisador avalia que o maior obstáculo da aprendizagem se dá em torno do a fragilidade dos conhecimentos prévios dos alunos sobre a geometria plana, entretanto destaca a motivação e envolvimento dos alunos nas atividades propostas e enfatiza a necessidade de promover instrumentos que resgatem os conceitos da geometria plana buscando alcançar a Aprendizagem Significativa dentro do processo de Modelagem.

O trabalho de Titoneli (2017) analisa os padrões que são modelados matematicamente por meio do conceito de sequências numéricas e aspectos geométricos. A autora observou algumas aplicações práticas de conteúdos matemáticos, com o objetivo de mostrar que a Matemática ultrapassa os limites das salas de aula e que pode ser vista em diversas áreas. Em suas considerações ela destaca a importância de fazer com que o processo de ensino-aprendizagem de Matemática torne-se efetivo por meio de abordagens dos conteúdos de forma prática, “Mostrar ao aluno as diversas aplicações do que ele estuda, gera interesse em compreender o que lhe é proposto” (p.77).

Baraldi (2018) em sua dissertação discorre sobre a Modelagem Matemática como recurso facilitador no processo de ensino-aprendizagem tanto no Ensino Médio quanto no Fundamental. Em seu trabalho são apresentadas atividades envolvendo a Modelagem Matemática que visam relacionar a Matemática da escola com a vivenciada pelos alunos. Além disso, foram aplicadas atividades de modelagem em uma turma de 6ª série de fundamental e em turmas do Ensino Médio no Estado de São Paulo. Em suas considerações finais declara que: “percebe-se que a Modelagem Matemática, utilizada como estratégia de ensino, deixa a disciplina muito mais interessante em qualquer nível de ensino.” (p. 75) e que “pode fazer com que o aluno estabeleça com a matemática uma relação em que ele possa vê-la como um saber que o cativa e o estimula a conhecer melhor as situações à sua volta” (p. 75).

Silva (2018) em sua tese de doutorado desenvolveu uma pesquisa em torno da ocorrência de Aprendizagem Significativa em atividades de Modelagem Matemática. Seu projeto foi desenvolvido junto aos alunos de Licenciatura em Química da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. Em suas análises constatou que a Aprendizagem Significativa está presente nas etapas de cada fase da Modelagem. O autor contribuiu no campo dos saberes incluindo dois elementos às condições necessárias para ocorrência da Aprendizagem Significativa: As situações significantes (contextos) e a negociação de significados. Silva conclui sua pesquisa afirmando que “os resultados desta pesquisa apontam para a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica com potencial para a facilitação da Aprendizagem Significativa” (p. 131).

Brito (2018) aponta em sua tese de doutorado que buscou responder a indagação “como os estudantes aprendem geometria em práticas de Modelagem Matemática?”. Para responder tal pergunta foram desenvolvidas três práticas de Modelagem Matemática, junto aos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública no Estado do Paraná. Em suas análises foram apontadas 12 invariantes no processo, que vão desde a percepção dos

momentos significantes, as razões que sustentam a aprendizagem, obstáculos e dificuldades, chegando as percepções do tema investigado. O autor reduziu as 12 invariantes em 4 núcleos de ideias: “Temporalidade e Constituição da Aprendizagem; Modos de Proceder e Abertura à Aprendizagem; Vivência da Relação Eu/Outro/Nós na Aprendizagem e Vivência da Relação Geometria/Tema na Aprendizagem” (p.11).

A produção científica de Generoso (2019), aborda quatro metodologias ativas para o ensino de matemática, sendo: Modelagem Matemática, Metodologia da Problematização, Aprendizagem Baseada em Problemas e Espiral Construtivo. O autor realiza por meio da revisão literária e da aplicação de sequências didáticas, uma comparação entre estes modelos de ensino. Dentro da temática é feita uma análise das implementações e mudanças na BNCC, focando na aplicabilidade da Modelagem Matemática e das Metodologias Ativas. Generoso (2019) destaca que existem vários pontos na BNCC que dificultam a implementação da Modelagem Matemática e das Metodologias Ativas, como: currículo fixo e engessado; falta de infraestrutura escolar; excesso de burocracias impostas ao docente, entre outros, porém, ele afirma que na BNCC encontra-se elementos característicos da Modelagem Matemática e das Metodologias Ativas como “promover ações que estimulem os processos de reflexão e proporcionem o desenvolvimento do senso crítico do aluno” (p. 41).

Moraes (2019) desenvolveu em seu projeto dissertativo a aplicação da Modelagem Matemática para apoiar o processo de ensino-aprendizagem em uma escola pública, no estado de Minas Gerais, no 2º ano do Ensino Médio, sobre o conteúdo de matrizes, através de uma sequência didática. Foi desenvolvida uma análise quantitativa por meio de um grupo de controle, medindo os ganhos e prejuízos nos quesitos de análise e uma análise quantitativa a partir de questionários e observações. Em suas conclusões o autor destaca que em relação a disponibilidade de tempo e espaço, não ocorreram nem ganhos em prejuízos com a aplicação da Modelagem. Porém, a Modelagem se mostrou satisfatória no quesito retenção de atenção do aluno.

O trabalho dissertativo de Pimental (2019) identificou etnomodelos matemáticos em uma construção do muro do cemitério da cidade de Arraias-TO. Abordou aspectos culturais e históricos da cidade sobre a construção do muro e as formas geométricas presentes no mesmo, sendo este o tema motivador de sua proposta de ensino. Seu trabalho caracteriza-se como uma revisão bibliográfica que envolveu a teoria da Etnomatemática e Modelagem Matemática. Foi apresentada uma proposta de ensino envolvendo a construção do muro do cemitério municipal com a questão motivadora: “Quais são os etnomodelos geométricos presentes no muro do cemitério de Arraias e na praça de acolhimento?”. Em suas considerações finais salienta que

o intuito da pesquisa foi fornecer aos professores uma alternativa metodológica buscando reconstruir a prática docente, diversificar as metodologias e incrementar as aulas para tornarem mais atraentes aos alunos, podendo ser aplicado no Ensino Fundamental e Ensino Médio.

A dissertação de June Cristien Braz (2019), vinculada ao PROFMAT, objetivou-se em estudar o conceito geral de função (função afim, quadrática, exponencial e logarítmica), voltado ao 1º ano do E.M. Em suas propostas didáticas (não aplicadas) ela utiliza a Modelagem Matemática em situações cotidianas (preço de bens e serviços, empréstimos, medidas da construção civil e receitas culinárias). Seu trabalho é rico em exemplos de problemas motivadores envolvendo a Modelagem Matemática em conteúdos de funções, com ampla explicação na resolução dos problemas. Em suas considerações a pesquisadora aponta a possibilidade de inserção da Modelagem Matemática na prática educacional tanto na matemática quanto de forma multidisciplinar.

Brito (2019) realizou seu trabalho dissertativo em torno do tema ajuste de curvas, no qual aponta as potencialidades de atividades da Modelagem Matemática usando o método de aproximação Mínimos Quadrados em turmas do Ensino Médio. Ele apresenta um exemplo de atividade de modelagem de forma interdisciplinar e em suas considerações finais defende a inserção da modelagem matemática no ensino brasileiro como método de ensino que possa favorecer o aprendizado dos educandos.

O pesquisador Sérgio Joaquim da Silva (2019) desenvolveu em seu trabalho dissertativo vinculado ao PROFMAT, um material didático envolvendo o tema motivador “a história das máquinas rotativas” em sintonia com a Modelagem Matemática. Ele realiza um recorte histórico sobre as máquinas rotativas, desde os primórdios do surgimento da roda até as máquinas mais sofisticadas da atualidade. Envolveu em sua proposta de ensino conteúdos relacionados a Equações Diferenciais Ordinárias, como também a lei de Hooke e a segunda lei de Newton. Em sua conclusão salienta que a modelagem permite aproximar os conteúdos matemáticos da realidade, facilitando seu entendimento e necessidade social.

Gonçales (2019) produziu sua dissertação em torno de uma proposta de ensino-aprendizagem significativa utilizando o software Sweet Home 3D, o qual realiza construção gráfica digital de edificações civis. Sua sequência de ensino explorou conteúdos geométricos como área e perímetro por meio da Modelagem Matemática e da sala de aula invertida. Sua proposta de ensino foi destinada ao Ensino Fundamental II. Nas considerações finais o pesquisador reflete sobre a necessidade de o educador inovar nas metodologias didáticas e destaca o entusiasmo e o envolvimento dos alunos durante a aplicação de sua proposta, além

da favorável construção de subsunções nas metodologias adotadas.

Vargas (2020) em sua dissertação relata o desenvolvimento de atividades envolvendo a Modelagem Matemática visando a Aprendizagem Significativa com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do campo do município de Caverá-RS. Os temas motivadores sociais abordados na sequência de ensino foram: pecuária, pesca e agricultura. Com investigações a campo seguindo as etapas da Modelagem Matemática a pesquisadora destacou em suas considerações que envolver problemas sociais nas temáticas de sala de aula desperta maior interesse nos alunos e concretiza a fixação de novos saberes, alcançando a almejada aprendizagem significativa e desenvolvendo os sujeitos em seus aspectos cognitivos, afetivos e culturais de forma mútua.

O pesquisador Edimilson Ferreira Pereira Junior (2020) apresenta em sua dissertação uma proposta de ensino adotando a Modelagem Matemática na aprendizagem de Geometria, para estudante com deficiência intelectual (inclusão) de uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental. O tema motivador do estudo foi a rota do caminhão de coleta de lixo no bairro da escola. Em seu estudo de caso, a inserção da Modelagem Matemática provocou o interesse, a participação e interação entre os estudantes. Foram trabalhados conteúdos sobre: noção de espaço, orientação por meio de mapas, reconhecimento de polígonos.

O trabalho de Ferreira (2020) aborda a Modelagem Matemática como ferramenta facilitadora no processo de ensino-aprendizagem de Geometria plana e espacial no 2º ano do Ensino Médio em um colégio público no Estado do Amazonas. O tema trabalhado foi escolhido pelos próprios alunos participantes, “Abastecimento de água”, por meio de uma sequência didática. Em sua conclusão, Ferreira (2020, p. 77), destaca que apesar dos obstáculos para se desenvolver a Modelagem Matemática em sala de aula, a mesma “traz para os educandos um ambiente de investigação e descoberta, gerando curiosidade e prazer em se trabalhar a matemática”

A dissertação de Renóbio (2020), identifica os principais recursos que podem ser trabalhados na disciplina de Geometria, dentre eles a Modelagem Matemática, com o objetivo de aumentar a qualidade das aulas a nível de Ensino Médio. Outro objetivo do trabalho é analisar os conceitos propostos pelo Parâmetros Curriculares Nacionais em relação a Geometria. Em sua conclusão, a autora aponta a importância de modificar os métodos de ensino na Matemática de forma a despertar o interesse dos alunos pelas aulas, desenvolvendo sua criticidade, seu senso investigativo e sua autonomia.

Giraldi (2020) desenvolveu sua pesquisa dissertativa realizou primeiramente uma análise de seis relatos de experiência da Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação

Matemática, além de uma prática didática em uma escola pública com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. O tema motivador da prática didática foi “água e seu consumo”. Em sua dissertação são apresentadas propostas de aulas, envolvendo a Modelagem Matemática em diferentes conteúdos e disciplinas. Em sua análise aponta o professor como peça chave para o ambiente escolar ser produtivo e criativo, concedendo liberdade de expressão aos alunos, e tornando o ambiente de sala de aula acolhedor. A pesquisadora destaca que a motivação e interesse do aluno pela atividade cresce na medida que se envolve com a tarefa.

Merlim (2020) realizou sua pesquisa no modelo de estado do conhecimento, no qual levantou produções no período de 2014 a 2019, buscando responder como se dá a presença da Modelagem Matemática no processo educativo do Ensino Médio de modo a contribuir com a inovação nos métodos de ensino de matemática. Foram selecionados quatorze (14) estudos, entre artigos, teses e dissertações, analisadas e discorridas as observações da pesquisadora.

Araki (2020) desenvolveu sua dissertação pautada nos pressupostos teóricos da Modelagem Matemática e da Semiótica Peirceana. Foram aplicadas três atividades de Modelagem com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. Os temas motivadores das atividades foram: calorímetro, canhão de vórtex e plano inclinado, ambos trabalhados de forma interdisciplinar. Em suas considerações finais o autor evidencia que os recursos semióticos associados a atividades experimentais investigativas com o ciclo de modelagem, atribuem significado para os objetos matemáticos.

Cunha (2020) apresenta em sua dissertação, caracterizada como uma pesquisa bibliográfica, uma análise de dissertações que empregaram a Modelagem Matemática no ensino de progressões aritméticas e progressões geométricas e como as atividades colaboram para o alcance dos objetivos descritos na BNCC. Foi também proposta duas atividades, com tema: aquisição da casa própria e crescimento de cianobactérias e lemnas em ambientes aquáticos. Em suas considerações o autor pontua dificuldades na inserção da Modelagem Matemática nas escolas e a necessidade de compreensão e aplicação dessa estratégia nas aulas de matemática.

A tese do Dr. Neuber Silva Ferreira (2020) abrilhanta o campo científico com a inserção da metodologia *Design Based Research* (DBR), visando investigar as contribuições de uma proposta de ensino que utilizou a Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática e Tecnologia Digitais Móveis no 1º ano do Ensino Médio. Nas considerações finais o pesquisador destaca ser possível a inserção da Modelagem Matemática nos meios digitais contribuindo para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos, de competência e habilidades essenciais e para a promoção de ações de motivação e engajamento

dos alunos.

Por fim, a obra dissertativa de Caliani (2021) apresentou um aplicativo de celular “Educação Estendida” de realidade aumentada para auxílio nas aulas de matemática e outras. Foi proposto o uso do aplicativo em turmas do 9º ano do Ensino Fundamental e sobre o conteúdo: semelhança de triângulos e introdução a pirâmides. Em suas considerações o autor pontua que o aplicativo pode ser usado para introduzir outros sólidos geométricos, planificação de superfícies geométricas e em outras áreas da matemática.

2.4.3 Considerações sobre as produções analisadas

Por meio da busca de produções monográficas brasileiras a nível de mestrado e doutorado que trataram sobre a temática “Modelagem Matemática” voltada ao ensino de Geometria, no período de 2015 a agosto de 2021, foi possível destacar trinta e seis (36) dissertações à nível de mestrado e três (3) teses de doutorado, das quais vinte e oito (28) foram pesquisas aplicadas em sala de aula, envolvendo a metodologia de Modelagem em conteúdo geométricos: Geometria Euclidiana Espacial; áreas e perímetro de figuras planas; formas geométricas; Geometria Analítica; volume de líquidos e volume de sólidos geométricos.

Além destes conteúdos, nove (9) produções buscaram aplicar a Modelagem Matemática além da geometria envolvendo outros conteúdos como: conversão de unidades; sequências numéricas; estatística; matrizes; funções; proporções; cálculo diferencial e integral. Já outros cinco (5) trabalhos aplicaram a Modelagem em problemas motivadores interdisciplinares como: aberturas de empresas fictícias; captação da água da chuva para irrigar um jardim; fabricação de mobiliário escolar infantil e problemas orçamentários.

Duas (2) das obras pesquisadas realizaram uma revisão bibliográfica no modelo estado da arte sobre a Modelagem Matemática aplicada no Ensino Médio, e outras cinco (5) produções foram do tipo revisão bibliográfica em torno do tema “Modelagem Matemática como ferramenta de ensino”. Com essa análise fica explícito que mais de 70% dos estudos realizados sobre Modelagem Matemática no ensino de geometria foram aplicados em sala de aula, visando melhorar a qualidade do ensino de Matemática e dar destaque aos conteúdos geométricos, que muitas vezes são negligenciados ou deixados de estudar.

Em relação aos níveis e séries que foram desenvolvidos, é possível apontar que vinte e sete (27) dos trabalhos abordaram a Modelagem Matemática no Ensino Médio, principalmente de escolas públicas, com destaque para o 2º ano e 3º ano. Outros sete (7)

foram aplicados no Ensino Fundamental II e somente três (3) trabalhos foram desenvolvidos em cursos superiores de Licenciatura em Matemática e Química.

Foi possível observar que a Modelagem Matemática muitas vezes foi trabalhada juntamente com outras metodologias, teorias, conceitos e ferramentas de ensino, no qual podemos apontar a “Aprendizagem Significativa” ; a Perspectiva Sociocrítica ; a Educação Freiriana; a Etnomatemática; Mapas conceituais; Aprendizagem baseada em problemas; o Software GeoGebra, entre outros elementos, que tinham por intenção ampliar as possibilidades de interferências no ensino de Matemática, objetivando verificar as possibilidades de melhorias na educação brasileira.

Com o desenvolvimento desta pesquisa, verifica-se que já existem algumas produções sobre o tema em questão, entretanto, o mesmo ainda é pouco difundido na prática escolar, devido a diversos fatores, como: a falta de material didático que possa facilitar a atuação do professor, a rigidez dos currículos escolares que impedem o desenvolvimento de atividades fora do planejado, a falta de espaço, tempo e recursos para aplicar atividades mais elaboradas e também o despreparo formativo de alguns professores que recusam em inovar as metodologias didáticas, porém, mesmo com todos os entraves, as pesquisas mostram que a Modelagem Matemática na perspectiva do ensino de Matemática e em particular nos conteúdos de Geometria, apresenta-se como significativo elemento que corrobora a melhoria do processo de ensino-aprendizagem.

Outro fator ímpar a ser destacado é a limitada ou inexistente produção brasileira relacionada à aplicação da Modelagem Matemática em aulas remotas ou à distância, diferencial deste trabalho, que ao se deparar com a pandemia do novo Coronavírus, adaptou sua proposta de pesquisa para um formato de aula que pudesse ser desenvolvido em uma educação virtual remota, mantendo o distanciamento social necessário em tempos de pandemia.

O capítulo seguinte abordará as mudanças e enfrentamentos da educação brasileira frente à pandemia do novo Coronavírus. São tecidas reflexões sobre as interferências e adaptações necessárias a educação brasileira neste período mundial de enfrentamento à uma doença viral pouco conhecida e com alta taxa de letalidade.

3 TEMPOS DE PANDEMIA - ADAPTANDO A VIDA

Neste tópico serão discorridas reflexões sobre as interferências, adaptações e dificuldades enfrentadas pela educação brasileira com o surgimento da pandemia do novo Coronavírus. Estas reflexões são necessárias devido este trabalho ter sido totalmente desenvolvido no período em que a humanidade estava passando por uma pandemia mundial, alterando significativamente todo o planejamento de execução do projeto de pesquisa, em consequência modificando também os resultados, análise e considerações finais.

Quem poderia prever que os anos de 2020 e 2021 iriam ser marcados por uma doença mundial? Ninguém estava preparado para vivenciar momentos de tantas aflições e tristezas por conta de uma pandemia. Um vírus antigo, Coronavirus, descoberto em 1937, mas que sofreu uma mutação (SARS-CoV-2) e passou a transmitir a seres humanos uma doença nomeada como COVID-19.

O novo Coronavirus foi descoberto inicialmente na China, em dezembro de 2019 e logo se espalhou pelo mundo. No dia 11 de março de 2020 a OMS (Organização Mundial da Saúde) declarou a COVID-19 como uma pandemia. Para combater a pandemia, a OMS indicou aos países que decretassem quarentena, com o fechamento do comércio e das atividades não essenciais, entre elas a educação. Com o distanciamento social necessário e o isolamento dos infectados, o vírus não iria se propagar de forma exponencial e logo ele seria controlado, o que infelizmente não ocorreu de forma eficiente no Brasil.

No dia 4 de fevereiro de 2020 por meio da Portaria nº 188 do Ministério da Saúde e Gabinete do Ministro, declarou Emergência em Saúde Pública de Importância Nacional, em virtude da infecção humana pelo novo Coronavírus (COVID-19) e traçou medidas de emprego urgente para prevenção, controle e contenção de riscos, danos e agravos à saúde pública.

Durante estes dois anos (2020 -2021) de pandemia, os casos de COVID-19 dispararam no Brasil, ultrapassando a marca de 22 milhões de pessoas contaminadas e mais de 610 mil mortos. Muitas regiões do país que não possuem estrutura hospitalar mínima adequada para atender os casos, superlotaram e passaram por um caos. Por conta do acúmulo de contaminados em estado crítico e a falta de equipamentos médicos necessários para o tratamento, o Sistema Único de Saúde (SUS) ficou sobrecarregado e em alguns estados brasileiros, pacientes não puderam ser atendidos.

Muita coisa mudou na rotina dos brasileiros, não somente pelo uso de máscaras e do álcool em gel nas mãos, mas também, por conta da alta no desemprego e do afastamento das

atividades presenciais devido ao distanciamento social. O uso das tecnologias e meios de comunicação digitais tornaram-se ainda mais presentes e foram introduzidas como ferramentas essenciais para o trabalho em casa (*home-office*) e para serviços de vendas e entregas em casa (*delivery*), entre outras atividades.

3.1 Ensino brasileiro durante a pandemia do Coronavírus

A educação brasileira também teve que adequar-se a um novo formato de aulas, frente a pandemia do Coronavírus. Com a suspensão das aulas presenciais e a exigência do MEC (Ministério da Educação) em dar continuidade ao calendário escolar, os educadores foram forçados a modificarem sua didática de aulas presenciais para um formato à distância, utilizando tecnologias informatizadas (Internet, computadores, laptop, Notebook) e os meios de comunicações online (Whatsapp®, Facebook®, Google Meet®, entre outros). Porém, é importante lembrar que existem diferentes obstáculos que dificultam a adaptação da educação brasileira para um ensino totalmente à distância.

Fabiane Lopes de Oliveira em seu texto “Educação transformada em EAD durante a pandemia: quem e o que está por trás dessa ação?”, inicia ressaltando o quanto a educação brasileira ainda é arcaica e mantida em padrões tradicionais, com poucas modificações ao longo da trajetória histórica da humanidade, entretanto, com a alarmante pandemia gerada pela COVID 19 em março de 2020, o sistema educacional foi forçado a adequar-se a uma educação à distância (OLIVEIRA, 2020).

No dia 17 de março de 2020 o MEC suspendeu as aulas presenciais durante 30 dias, autorizando a sua substituição por meios e tecnologias de informação e comunicação e a alteração do calendário de férias. Muitas escolas optaram em antecipar as férias, porém a pandemia continuava em ascensão e o prazo de suspensão das aulas foi prorrogado, e a partir daí, começaram a avaliar a possibilidade de aulas à distância, também chamadas de aulas remotas⁴ (OLIVEIRA, 2020).

No Estado de Goiás, o Conselho Estadual de Educação por meio da Resolução 02/2020, de 17 de março de 2020, resolveu estabelecer o regime especial de aulas não

⁴ O ensino remoto preconiza a transmissão em tempo real das aulas. A ideia é que professor e alunos de uma turma tenham interações nos mesmos horários em que as aulas da disciplina ocorreriam no modelo presencial. Grosso modo, isso significa manter a rotina de sala de aula em um ambiente virtual acessado por cada um de diferentes localidades. Fonte. SAE - Digital

presenciais para manutenção das atividades pedagógicas no Estado em todos os níveis de ensino, tanto público quanto privado. Esta resolução foi prorrogada diversas vezes, conforme orientações das autoridades sanitárias.

Art 1º Estabelecer o regime especial de aulas não presenciais no âmbito de todo o Sistema Educativo do Estado de Goiás, definido essencialmente pela manutenção das atividades pedagógicas sem a presença de alunos e professores nas dependências escolares, devendo se efetivar por meio de regime de colaboração entre os entes federados e autoridades do Sistema Educativo do Estado de Goiás. (CONSELHO ESTADUAL DE EDUCAÇÃO DE GOÍAS, RESOLUÇÃO 02/2020 DE 17 DE MARÇO DE 2020)

No parecer nº 19/2020 do Conselho Nacional de Educação (CNE), publicado no dia 10 de dezembro de 2020, sugere-se possibilidades de atividades pedagógicas não presenciais como:

- Elaboração de sequências didáticas construídas em consonância com as habilidades e competências preconizadas por cada área de conhecimento na BNCC;
- Utilização, quando possível, de horários de TV aberta com programas educativos para adolescentes e jovens;
- Distribuição de vídeos educativos, de curta duração, por meio de plataformas digitais, mas sem a necessidade de conexão simultânea, seguidos de atividades a serem realizadas com a supervisão dos pais;
- Realização de atividades *on-line* síncronas de acordo com a disponibilidade tecnológica;
- Oferta de atividades *on-line* assíncronas de acordo com a disponibilidade tecnológica;
- Estudos dirigidos, pesquisas, projetos, entrevistas, experiências, simulações e outros;
- Realização de testes *on-line* ou por meio de material impresso, entregues ao final do período de suspensão das aulas; e
- Utilização de mídias sociais de longo alcance (*WhatsApp, Facebook, Instagram* etc.) para estimular e orientar os estudos, desde que observadas as idades mínimas para o uso de cada uma dessas redes sociais. (PARECER Nº 19/2020 do CNE)

Ainda no parecer de nº 19/2020 do CNE, designava atribuições aos gestores das unidades escolares para a execução do regime especial de aulas não presenciais, entre elas destaca-se o planejamento e elaboração, em conjunto com o corpo docente, das ações pedagógicas e administrativas durante a pandemia, viabilizando material de estudo e aprendizagem de fácil acesso, divulgação e compreensão ao alunos e/ou familiares.

O parecer nº 19/2020 do CNE sugeria ainda, a preparação de material específico para cada etapa e modalidade de ensino, de fácil execução e compartilhamento, como: vídeos aulas, conteúdos organizados em plataformas digitais de ensino, redes sociais e correio eletrônico (e-mail). Além disso, destacava a necessidade de zelar pelo registro de frequência dos alunos e por meio de relatórios acompanhar a evolução das atividades encaminhadas e

organizar avaliações de conteúdo.

Pretto; Bonilla e Sena (2020) chamam a atenção para as condições de habitação e de vida da população brasileira, pois existe uma enorme desigualdade social no país, e as condições para que os alunos das classes médias e altas tenham aula em casa não são as mesmas das classes baixas, onde muitas vezes em um único cômodo convivem muitas pessoas, impossibilitando o aluno de desenvolver suas atividades escolares com a concentração e dedicação necessárias, sem falar na falta de recursos tecnológicos de acesso às aulas, como internet com velocidade compatível, computador individual em perfeitas condições de uso, mesa para estudos, entre outros materiais/recursos que não estão presentes em todas as casas brasileiras, ferindo assim o direito ao acesso à educação.

O grupo de estudo Colemarx (2020) salienta ainda, que o uso de tecnologias não pode ser pensado de modo desvinculado às condições de habitação dos estudantes, pois moradia vai além de um teto sobre as cabeças, mas deve ser um espaço que permita viver em paz, com dignidade, segurança, com condições sanitárias apropriadas, acesso a água limpa, energia, iluminação, entre outras condições básicas que permitam “uma interação positiva com os meios tecnológicos e as interações sociais deles advindos” (p.16).

Nesta mesma perspectiva, Oliveira (2020) destaca a distância abissal existente entre as classes econômicas brasileiras, afetando diretamente a educação por falta de investimentos que possam fornecer uma educação digna a todos. “A educação ainda é vista, por muitos, como gasto e não como investimento” (p. 249).

Outro fator importante que deve ser considerado é a capacidade técnica, física e psicológica dos professores para o desenvolvimento do ensino emergencial à distância, muitos professores não dispõem de espaço nem mobiliário adequado para desenvolver seu trabalho em casa, podendo também não possuir equipamentos tecnológicos digitais (computadores, celulares, *Notebook*, *laptop*, etc.) ou acesso à internet que permita a execução de suas atividades. Muitos dos professores não estavam acostumados a lidarem com estas novas tecnologias digitais, seria necessário primeiramente fornecer um curso de formação, mas infelizmente o governo brasileiro não está preocupado em ceder espaço, equipamentos, formação e acesso à internet de qualidade, cabendo aos professores a responsabilidade de custear a referida infraestrutura física e tecnológica (PRETTO; BONILLA E SENA, 2020).

As aulas emergenciais à distância, não apresentam capacidade de dialogar e contribuir com a rotina organizacional familiar e acaba tornando-se mais um dos problemas a serem enfrentados (PRETTO; BONILLA E SENA, 2020). Devem ser avaliadas as situações familiares antes de forçarem um ensino que pouco se enquadra no perfil familiar. No ensino

remoto os pais ou responsáveis passam a ter a função de acompanhar, motivar e cobrar o estudo dos seus filhos, sendo necessário tempo, dedicação e paciência, que muitas vezes é escasso devido a rotina atarefada dos pais.

A ANPED (Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação) foi contra o MEC em optar por aulas remotas, por conta de diversos fatores, como desconsiderar a heterogeneidade regional, cultural e socioeconômica que caracteriza o país e o caráter autoritário da Portaria do MEC.

Partimos da premissa de que a educação para todos e todas é inegociável e as pesquisas em educação podem contribuir de muitas outras formas neste momento, mas não vulnerabilizando professores, excluindo estudantes e transformando a vida de docentes, jovens estudantes, pais e crianças em cotidianos de instrução computadorizada precária. (ANPED, site próprio, 2020, *apud* OLIVEIRA, 2020, p.254).

As escolas tiveram que implementar as aulas remotas emergenciais, muitas de forma despreparada sem o arsenal técnico físico e científico necessário à esta ação. Foi dada continuidade ao calendário escolar, que após portaria do MEC permitiu reduzir os 200 dias letivos obrigatórios, mantendo as 800 horas letivas. O MEC também autorizou a distribuição às famílias dos estudantes os gêneros alimentícios adquiridos com recursos públicos (OLIVEIRA, 2020).

A educação domiciliar (*homeschooling*) já era defendida anterior a pandemia no Brasil por alguns grupos políticos, uma proposta que claramente reflete no enfraquecimento da escola pública, com cortes de recursos, desvalorização do docente e do convívio com as diferenças, culturas e valores múltiplos e o abandono do conhecimento histórico-científico. Com esta pandemia a precarização da Educação Pública ganha força, substituindo educação presencial por atividades a distância sem a devida preparação tecnológica, formativa e de acesso garantido a todos (PRETTO; BONILLA E SENA, 2020).

Oliveira (2020) afirma que o MEC não demonstra preocupação em fornecer aos professores e alunos acesso a ambientes virtuais, com equipamentos necessários para desenvolver plenamente as aulas remotas emergenciais.

Oliveira (2020) traz uma reportagem do *site* G1, que destaca a exigência, cada vez maior, do acesso à internet e ressalta a inexperiência dos estudantes neste ambiente virtual, apesar dos mesmos utilizarem várias redes sociais, estas não cobram um compromisso de aprendizagem, sendo somente uma ferramenta utilizada para lazer.

Prezzo; Bonilla e Sena (2020) alertam sobre a influência capitalista existente nas grandes empresas e plataformas digitais (Microsoft[®], Google[®], Facebook[®], entre outras), que

utilizam a oportunidade gerada pela pandemia de ofertarem incessantemente pacotes de programas e softwares educacionais, tanto para rede pública como privada, fornecendo alguns recursos “gratuitamente” para que a educação possa continuar a sua atividade no modo remoto. É necessário estar atento ao consumismo e a vida pautada pelo lucro e pela exploração que nos leva às grandes desigualdades sociais.

Oliveira (2020) realiza a seguinte indagação: O que será que está por trás dessa ação tão rápida que aparentemente parece a melhor opção para esse momento? (p.257) e aponta o grupo “Todos pela Educação” que buscam determinar ações e legislações que sejam de interesses deles próprios influenciando e interferindo nas decisões/ações do MEC. Do outro lado, o grupo “Campanha Nacional pelo Direito à Educação” tenta combater a forma de ação do outro grupo.

Oliveira (2020) descreve que tem observado uma conspiração contra a educação brasileira, no qual algumas pessoas têm pensado em ações que tentem reduzir gastos com a educação pública e manter a hegemonia daqueles que detém o poder econômico, desenvolvendo ações como diminuir o número de docentes e aumentar a abrangência de alunos por aula ao mesmo tempo, afetando as classes baixas que passam a não terem direito a uma educação pública, universal, gratuita e de qualidade.

Devemos lembrar que a escola não é apenas um espaço de formação teórica tecnicista, nela também se desenvolve relações de convivência, de diversidade, de formação múltipla do cidadão sobre aspectos da democracia, cidadania, solidariedade, respeito, entre tantos outros elementos sociais e emocionais que formam o jovem para o convívio em sociedade (PRETTO; BONILLA E SENA, 2020).

Mesmo com as dificuldades enfrentadas pela educação neste tempo de pandemia não podemos agir de forma desorganizada e imediatista, como já se tem feito no Brasil, não podemos forçar que gestores, professores e alunos utilizem as tecnologias digitais como algo normal do cotidiano, compactuando com a ideia de simplesmente repassar os conteúdos presenciais de maneira remota. Devemos pensar nas dificuldades materiais e emocionais de todos os envolvidos: alunos, pais, professores, gestores, toda a comunidade escolar. É necessário cobrar do Estado também uma assistência psicológica, por conta da alta carga emocional envolvida nesses processos de mudança (PRETTO; BONILLA E SENA, 2020).

Com esta pandemia a educação terá que enfrentar alguns desafios: “possibilitar um ensino em tempo integral; estender o calendário escolar e o ano letivo de 2020 para 2021; repor as aulas por meio de atividades complementares; promover uma educação à distância que seja igualitária e justa, com acesso e equidade” (OLIVEIRA, 2020, p. 259).

Devido a pandemia, o projeto de pesquisa deste trabalho teve que adaptar-se a nova realidade da educação brasileira. Foram traçadas novas metodologias de pesquisa que pudessem alcançar os sujeitos participantes de forma prática e acessivelmente igualitária. Com a quarentena e o isolamento social instaurado na Brasil, a sequência didática deste projeto tornou-se totalmente remota e ancorada na utilização de Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs), o que alterou consideravelmente todos os resultados e análises desenvolvidas.

4 METODOLOGIA- PLANEJAMENTO DO PERCURSO

*E você ainda me pergunta:
aonde é que eu quero chegar,
se há tantos caminhos na vida
e pouquíssima esperança no ar!
E até a gaivota que voa
já tem seu caminho no ar!
(Raul Seixas)*

Esta pesquisa analisou qualitativamente a aplicação de uma sequência didática utilizando-se a metodologia da Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem, por meio de uma Intervenção Pedagógica em um colégio público de Mineiros-GO, com alunos do 3º ano do Ensino Médio, nas aulas de Matemática, dentro do conteúdo de Geometria.

A compreensão de pesquisa qualitativa, apontada nesta pesquisa, adotou a definição defendida por Godoy (1995, p.62), em que “Os estudos denominados qualitativos têm como preocupação fundamental o estudo e a análise do mundo empírico em seu ambiente natural... valoriza-se o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo estudada”.

As pesquisas qualitativas permitem observar e interpretar os múltiplos significados ocultos dos sujeitos envolvidos na pesquisa e analisar os registros das manifestações e comportamentos humanos, onde o pesquisador será o principal instrumento de coleta e os dados são predominantemente descritivos, mais voltados ao processo do que ao produto final (CHIZZOTTI, 2003).

Dentro da perspectiva de pesquisa qualitativa, este trabalho enquadra-se tecnicamente como uma Pesquisa de Intervenção Pedagógica, que, segundo Damiani et. al (2013, p. 58), é caracterizada como "investigações que envolvem o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações), destinadas a produzir avanços, melhorias, nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam e a posterior avaliação dos efeitos dessas interferências", portanto, foram realizadas aulas práticas em modelo remoto, que tiveram por objetivo primordial avaliar os aspectos positivos e ou negativos do desenvolvimentos da Modelagem Matemática no processo ensino-aprendizagem dos conteúdos de Geometria no Ensino Médio.

4.1 A Modelagem Matemática como Intervenção Pedagógica

Conforme Damiani *et al.* (2013, p. 57) a "intervenção pedagógica é definida como uma pesquisa que envolve o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações pedagógicas), destinadas a produzir avanços e melhorias nos processos de aprendizagem dos sujeitos". Este modelo de pesquisa é aplicado, ou seja, tem como objetivo final solucionar problemas práticos. As pesquisas aplicadas envolvem o "mundo real" sendo realizadas com pessoas, fora do ambiente de laboratório, aproximando o pesquisador ao seu problema de estudo.

As pesquisas aplicadas podem auxiliar na tomada de decisões, ou avaliar inovações acerca de mudanças nas práticas educacionais, promovendo melhorias no sistema de ensino existente. Segundo Damiani *et al.* (2013), é por meio da pesquisa aplicada que a produção acadêmica produz o tão desejado impacto na prática.

Como já citado na análise de produções acadêmicas sobre Modelagem Matemática no ensino de Geometria, Luciano David Pereira (2017) realizou uma intervenção pedagógica no ano de 2016 com alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola estadual da cidade de Viçosa-MG, onde desenvolveu uma pesquisa aplicada avaliando projetos de Modelagem Matemática aos conteúdos de Geometria Espacial. Como conclusão, Pereira (2017) apresenta que a Modelagem Matemática no ensino de Geometria pode contribuir no desenvolvimento de pesquisas e práticas pedagógicas no Ensino Médio; no surgimento de uma nova dinâmica na sala de aula, a partir de experiências interativas; no desenvolvimento integral do aluno, despertando a curiosidade e a investigação; na interação diferenciada dos alunos com os conteúdos de matemática e para sua aprendizagem; na quebra de barreiras superando dificuldades na aprendizagem e mudanças no processo de ensino, gerando mais segurança e autonomia nos alunos e desenvolvendo a criticidade e competências importantes para a vida destes.

4.2 Caracterizações do local de pesquisa

A presente pesquisa foi desenvolvida no Centro de Ensino Médio em Período Integral Polivalente Antônio Carlos Paniago (CEPI Polivalente), situado na Rua 6 A, Nº 87, no Bairro Martins no Município de Mineiros-GO, pertencente a Rede Estadual de Educação de Goiás que atende alunos do 1º ao 3º ano do Ensino Médio de segunda à sexta-feira das 7:30 às 17:00 horas.

Conforme o Projeto Político Pedagógico (PPP) do ano de 2019 do CEPI Polivalente a missão da escola é formar jovens em nível médio, garantindo qualidade acadêmica, incluindo formação ética e cultural e o desenvolvimento da autonomia intelectual e pensamento crítico, em consonância com suas necessidades e interesses dos seus projetos de vida, condições essenciais para atuar no mundo do trabalho de maneira competente, solidária e autônoma no contexto social, pessoal e produtivo.

A escolha do CEPI Polivalente para aplicação da pesquisa se deu pela aproximação pessoal do pesquisador com o colégio, devido ter estudado durante sete (7) anos no local e ainda conhecer alguns educadores, além de ser um colégio de destaque da cidade, que vem apresentando bons resultados nos exames nacionais da educação. No mês de setembro de 2019, a Fundação Lemann divulgou em sua 9ª edição da excelência com equidade que avaliou a prática educacional das escolas públicas, no qual foram avaliadas mais de cinco mil escolas no Brasil e o CEPI Polivalente Antônio Carlos Paniago foi classificado entre as 100 escolas que atenderam todos os requisitos especificados pelo programa.

No ano de 2021 o CEPI Polivalente estrutura-se pedagogicamente com três coordenadoras de áreas: linguagem, exatas e humanas, além da coordenação pedagógica geral. Possui vinte e cinco (25) professores e 395 alunos matriculados. Atende atualmente doze (12) turmas, sendo: cinco (5) turmas da 1ª série, quatro (4) da 2ª série e três (3) da 3ª série, ambos do Ensino Médio. Em relação a estruturação física o CEPI Polivalente possui: doze (12) salas de aula; um laboratório de Ciências; um laboratório de informática; uma biblioteca; um auditório; pátio amplo coberto (refeitório); pátio descoberto amplo; duas (2) quadras poliesportivas, sendo uma coberta.

4.3 Instrumentalização metodológica

As atividades desenvolvidas neste projeto ocorreram em modelo de aulas remotas virtuais (síncronas⁵ e assíncronas⁶), por meio de uma sequência didática pré-estabelecida que aplicou a Modelagem Matemática em um colégio público de Mineiros-GO, com a participação de alunos do 3º ano. Foram trabalhados principalmente conteúdos geométricos

⁵ Síncrono: Que ocorre ao mesmo tempo que outra coisa; Comunicação Síncrona: Comunicação em que a mensagem é recebida e imediatamente respondida, geralmente se refere a interações pelo telefone ou videoconferências. Fonte: DICIO.

⁶ Assíncrono: Que não ocorre ou não se efetiva ao mesmo tempo; Comunicação Assíncrona: que não se estabelece no mesmo tempo e espaço, uma mensagem pode ser enviada e não precisa ser respondida naquele exato momento, geralmente se efetiva por cartas, e-mails, entre outros. Fonte: DICIO.

Partindo para a execução prática da pesquisa, foi desenvolvida uma sequência didática composta por dez (10) aulas/atividades que totalizaram dez (10) horas e trinta (30) minutos de atividades. Dentro destas dez (10) aulas/atividades, quatro (4) ocorreram em modelo de aula remota síncrona, três (3) aulas atividades assíncronas e três (3) aulas vídeos.

Foram trabalhados principalmente conteúdos de Geometria, seguindo o roteiro didático da Modelagem Matemática, onde os alunos foram apresentados a um problema real da sua cidade e realizaram coleta de dados, análise das informações, debates em grupos, levantamento de hipóteses e apresentação dos resultados, por meio de um modelo matemático formulado pelos próprios alunos, com o direcionamento do pesquisador, que permitiu compreender, ponderar e avaliar o problema proposto.

O processo de coleta/produção de dados da pesquisa, ocorreu por meio do registro por gravação das aulas remotas síncronas desenvolvidas no Google Meet⁷, dos questionários aplicados via Google Forms⁸, pelo registro das conversas no grupo de WhatsApp⁹, pelo recolhimento das fotos e *prints* das atividades dos alunos encaminhadas via WhatsApp[®] e além destes registros, durante todo o processo investigativo ocorreu o registro pelo pesquisador no diário de bordo, com o intuito de anotar todos os acontecimentos, situações, comentários, dificuldades, entre outros aspectos subjetivos da pesquisa, utilizando como ferramenta de memória, registros fotográficos e filmagens.

Após coletados os dados, eles passaram por uma pré-análise que, conforme Silva; Gobbi e Simão (2005), consiste na organização e na escolha dos materiais utilizados na pesquisa, tratando as informações conforme um roteiro específico, preparando o material com decodificação e enumeração para a formulação de hipóteses. Sequentemente estes materiais foram submetidos a uma análise qualitativa, sendo categorizados conforme os dados obtidos pela pesquisa, para uma melhor interpretação dos resultados.

⁷ Google Meet é um serviço de comunicação por vídeo desenvolvido pelo Google. O Google Meet é um aplicativo de videoconferência baseado em padrões que usa protocolos proprietários para transcodificação de vídeo, áudio e dados. Em 29 de abril de 2020, o Google anunciou a disponibilização gratuita do Google Meet a todos os usuários a partir de maio. Fonte: próprio site.

⁸ Google Forms é um aplicativo de gerenciamento de pesquisas lançado pelo Google. Os usuários podem usar o Google Forms para pesquisar e coletar informações sobre outras pessoas e também podem ser usados para questionários e formulários de registro. As informações coletadas e os resultados do questionário serão transmitidos automaticamente. Fonte: próprio site.

⁹ O WhatsApp é um aplicativo de comunicação gratuito, que oferece um serviço de mensagens e chamadas simples, WhatsApp é um trocadilho com a frase "What's Up" (e aí) em inglês. Surgiu como uma alternativa ao sistema de SMS e possibilita o envio e recebimento de diversos arquivos de mídia: textos, fotos, vídeos, documentos e localização, além de chamadas de voz. O WhatsApp foi fundado em 2009 por Jan Koum e Brian Acton. Fonte: próprio site.

A análise enquadra-se no núcleo de pesquisas qualitativas, neste formato de análise as experiências individuais dos participantes da pesquisa, no caso os alunos, são o foco central da investigação. O pesquisador contextualiza por meio de um relatório de pesquisa, toda a experiência vivenciada, relacionando com a temporalidade (quando acontecem), espaço (onde se desenvolve), corporeidade (pessoas físicas que vivenciam) e o contexto das relações (laços produzidos durante a pesquisa). (SAMPIERI; COLLADO; LUCIO, 2013)

No subtópico seguinte é apresentada a sequência didática que foi aplicada aos alunos do 3º ano do Ensino Médio, seguindo a metodologia da Modelagem Matemática.

4.4 Sequência didática - Modelagem Matemática aplicada no ensino de Geometria

Tema geral: O lago municipal de Mineiros-GO

Disciplina envolvida: Matemática: Geometria.

Duração: 10 aulas – 10 horas aula/atividades

A Modelagem Matemática tem como proposta apresentar uma situação problema capaz de motivar os discentes a buscarem soluções dentro da teoria matemática. Utilizar da modelagem como estratégia de ensino de matemática possibilita ao aluno responder a seguinte questão: para que aprender matemática? (BIEMBENGUT, 2009).

Barbosa (1999) sugere procedimentos a serem seguidos no uso da modelagem:

1. Escolha de um tema central a ser estudado pelos discentes;
2. Captura de dados gerais e quantitativos para levantamento das hipóteses;
3. Elaboração de problemas conforme o despertar do grupo de alunos;
4. Seleção das variáveis envolvidas nos problemas, formulando as hipóteses;
5. Estudo e sinterização dos conceitos e teorias que serão usados na resolução do problema;
6. Interpretação das soluções.
7. Validação dos modelos.

A presente sequência didática propõe desenvolver um conjunto de dez (10) aulas que totalizaram dez (10) horas e trinta (30) minutos de aulas/atividades sobre o tema geral "O lago municipal de Mineiros-GO". A sequência didática foi repartida em duas etapas. A primeira referente ao volume total de água do lago e a segunda etapa sobre a revitalização da orla do lago.

4.4.1 Primeira etapa – Volume de água do lago

Primeiramente os alunos foram desafiados a resolverem o caso/problema do volume de água do lago municipal de Mineiros-GO "Canto do Cerrado", situado na 5ª Avenida no Bairro São João (Figura 03), que apresenta falhas em seu sistema de escoamento de água, ocorrendo transbordamentos em suas margens nos meses de grande incidência de chuvas, provocando o alagamento de regiões vizinhas.

Figura 03 – Lago Municipal de Mineiros-GO "Canto do Cerrado"



Fonte: Google Mapas (2010)

Para a primeira etapa da sequência didática foram traçados os seguintes objetivos:

Objetivo geral: dimensionar o volume de água existente no Lago Municipal "Canto do Cerrado" utilizando a Modelagem Matemática.

Objetivos específicos: calcular a área e volume de elementos irregulares; recordar e aplicar fórmulas conhecidas de áreas geométricas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio, círculo, entre outras formas usuais); estipular métodos práticos para encontrar a profundidade média do lago; constatar as possíveis variantes do volume de água do lago; desenvolver modelo (fórmula) universal em linguagem matemática, que permita resolver o cálculo do volume de água de objetos irregulares.

4.4.2 Segunda etapa – revitalização da orla do lago

Após a conclusão da primeira etapa, os alunos passaram a desenvolver modelos de projetos de revitalização da orla do lago "Canto do Cerrado", agregando elementos nos entornos do lago que poderão contribuir para a melhoria do local, tornando-o mais agradável à sociedade.

Nesta etapa os alunos tiveram que analisar a situação do lago municipal, propor soluções para os problemas destacados pelo grupo e realizar o projeto de revitalização. Primeiramente os alunos calcularam as áreas da orla do lago, utilizando-se também de formas geométricas conhecidas, em seguida distribuíram os elementos de melhoria do lago, calculando-se a área disponível e a área solicitada de cada objeto acrescentado.

Para a segunda etapa da sequência didática foram traçados os seguintes objetivos:

Objetivo geral: projetar um modelo de revitalização da orla do lago municipal de Mineiros, agregando elementos conforme as áreas disponíveis.

Objetivos específicos: calcular a área de elementos irregulares; recordar e aplicar fórmulas conhecidas de áreas geométricas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio, círculo, entre outras formas usuais); despertar a noção de ocupação espacial de objetos; realizar cálculos de divisão de área solicitante em relação a área disponível e por fim, descrever um modelo (fórmula) universal em linguagem matemática em conjunto com o grupo de alunos participantes e direcionamento do pesquisador.

Ao utilizar a Modelagem Matemática e trabalhar diretamente com um problema real, os conteúdos muitas vezes serão interdisciplinares, pois conforme as estratégias adotadas pelos alunos na análise/estudo/resolução do problema, podem ser abordados conteúdos além do programado, tornando a aula ainda mais rica em aprendizagem.

4.4.3 Estratégias de Aprendizagem

Os conteúdos de ensino foram abordados de forma prática e participativa em aulas emergenciais à distância, onde os alunos foram instigados a resolverem matematicamente as problemáticas existentes no lago Municipal "Canto do Cerrado", situado na região onde eles estão inseridos, trazendo o problema o mais próximo da realidade e do cotidiano dos estudantes.

O pesquisador conduziu o alunado à problemática em questão e realizou a ligação entre as possíveis ideias exploradas e o saber sistematizado dentro da perspectiva de Modelagem Matemática, seguindo o roteiro do Quadro 4.

Quadro 04 – Roteiro de aula - Modelagem Matemática

SEQUENCIA DIDÁTICA - ROTEIRO DE AULAS	
Aula 1	<p>Título: Primeiro contato com os alunos – Convite de participação/Questionário inicial</p> <p>Formato: Aula remota síncrona / atividade assíncrona</p> <p>Duração: 30 minutos de aula e uma semana para responder o questionário</p> <p>Meio de comunicação: Google Meet® e Google Forms®</p> <p>Desenvolvimento: Durante a aula regular de Matemática, ocorreu a apresentação pessoal do pesquisador e o convite aos alunos do 3º ano a participarem da pesquisa “Modelagem Matemática no processo de Ensino-Aprendizagem de Geometria no Ensino Médio”. Os alunos que aceitaram o convite, responderam a um “Questionário Inicial” que serviu como uma ficha de inscrição ao projeto.</p> <p>O “Questionário Inicial” disponibilizado por meio do Google Forms®, continha perguntas de caracterização pessoal e sobre a relação/desempenho com a matéria de Matemática. Além do questionário foi solicitado aos alunos que entregassem o TCLE (Termo de Consentimento Livre Esclarecido) e TALE (Termo de Assentimento Livre Esclarecido), documentação exigida pelo Comitê de Ética¹⁰.</p>
Aula 2	<p>Título: Apresentação do tema/problema motivador, introdução do “Questionário 2”</p> <p>Formato: Atividade assíncrona</p> <p>Duração: 1 hora (prazo de uma semana de entrega)</p> <p>Meio de comunicação: Google Forms®; WhatsApp®; YouTube®</p> <p>Desenvolvimento: Com o grupo de alunos formado, o pesquisador montou uma sala de comunicação via WhatsApp® e encaminhou um vídeo, disponibilizado pelo Youtube®, da apresentação do caso/problema “o lago municipal de Mineiros-GO”. Em sequência solicitou-se que eles respondessem ao “Questionário 2” por meio do Google Forms® no qual indagava aos alunos sobre a sua motivação em trabalhar com o caso proposto e sobre a análise pessoal a respeito do lago municipal.</p>
Aula 3	<p>Título: 1ª aula do projeto – Levantamento de dados – área de água do lago</p> <p>Formato: Aula síncrona</p> <p>Duração: 1 hora e 30 minutos</p> <p>Meio de comunicação: Google Meet®</p> <p>Desenvolvimento: Os alunos participaram de uma conversa virtual, debatendo entre eles e com o pesquisador sobre as respostas recolhidas no “Questionário 2”, de forma a pontuar os pontos em comuns e divergentes das respostas coletadas.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Como calcular a quantidade de água presente no lago?; • Quais fatores podem interferir no volume de água do lago?; • Como está atualmente o lago municipal de Mineiros-GO “Canto do Cerrado”?; • O que é possível fazer para melhorar o lago municipal de Mineiros-GO?; <p>O grupo registrou os pontos principais da revitalização do lago e das formas de obter-se o volume de água e desenvolveram em conjunto, com o direcionamento constante do pesquisador, uma fórmula matemática (modelo) que pudesse calcular o volume de água do lago.</p>
Aula 4	<p>Título: Vídeo aula: utilizando o Google Earth® – etapa da coleta/produção de dados</p> <p>Formato: Aula assíncrona</p> <p>Duração: 30 minutos</p> <p>Meio de comunicação: YouTube®</p> <p>Desenvolvimento: O pesquisador encaminhou um vídeo aula instrutivo, sobre como baixar, instalar e utilizar o Google Earth® na retirada de medidas e informações da região do lago municipal, permitindo aos alunos, mesmo estando em casa, fazerem o levantamento de informações do caso problema e conjecturar modelos de soluções para calcular a área de abrangência do lago.</p>

¹⁰ O projeto de pesquisa deste trabalho foi aprovado pelo Comitê de Ética no dia 14 de junho de 2020, com Parecer Consubstanciado sob o nº 4.086.408, que pode ser verificado na íntegra no Anexo A.

Aula 5	<p>Título: Desenvolvimento dos modelos de verificação da área de água do lago</p> <p>Formato: Atividade assíncrona</p> <p>Duração: Majorado em 1 hora</p> <p>Meio de comunicação: WhatsApp®</p> <p>Desenvolvimento: A partir do conhecimento adquirido na aula anterior, os alunos utilizaram o Google Earth® para levantar as medidas necessárias para calcular-se a área total de abrangência de água do lago. Os alunos repartiram o formato irregular do lago em diferentes formas geométricas conhecidas e aplicaram as fórmulas usuais para encontrar a área de cada forma, somando-as no final. Os registros de cálculos efetuados e modelo de divisão utilizado foram encaminhados ao pesquisador.</p>
Aula 6	<p>Título: 2ª aula remota – Analisando os modelos conjecturados /validando o modelo e iniciando a 2ª etapa da sequência didática.</p> <p>Formato: Aula síncrona</p> <p>Duração: 1 hora e 30 minutos</p> <p>Meio de comunicação: Google Meet®</p> <p>Desenvolvimento: Durante a aula remota o grupo observou os modelos de divisão da área do lago e as medidas de áreas encontradas. Levantaram as constantes e variáveis do caso/problema do volume de água e validaram o modelo matemático. Em seguida iniciou-se a 2ª etapa da sequência didática com a definição dos elementos que seriam acrescentados na orla do lago para sua revitalização: árvores, postes de iluminação, equipamentos de ginástica, campo de areia, câmeras de vigilância e bancos de praça. Após o término da aula o pesquisador encaminhou a lista dos elementos com suas dimensões de ocupação e valor unitário.</p>
Aula 7	<p>Título: Desenvolvimento dos projetos de revitalização do lago.</p> <p>Formato: Atividade assíncrona</p> <p>Duração: Majorado em 1 hora e 30 minutos (prazo de duas semanas de entrega)</p> <p>Meio de comunicação: WhatsApp®</p> <p>Desenvolvimento: Os alunos desenvolveram os modelos de revitalização da orla do lago, distribuindo os elementos conforme os espaços disponíveis e as dimensões solicitantes de ocupação de cada elemento, utilizando o material de apoio disponibilizado pelo pesquisador. Os cálculos efetuados pelos alunos e os modelos de revitalização foram encaminhados ao pesquisador via WhatsApp®.</p>
Aula 8	<p>Título: Explicando o projeto de revitalização do lago</p> <p>Formato: Aula assíncrona</p> <p>Duração: 30 minutos</p> <p>Meio de comunicação: YouTube®</p> <p>Desenvolvimento: O pesquisador enviou um vídeo aula explicando como poderia ser realizado o projeto de revitalização do lago. Apresentou todas as listas dos equipamentos que auxiliariam no desenvolvimento da tarefa.</p>
Aula 9	<p>Título: Exemplo de projeto de revitalização do lago</p> <p>Formato: Aula assíncrona</p> <p>Duração: 30 minutos</p> <p>Meio de comunicação: YouTube®</p> <p>Desenvolvimento: buscando sanar as constantes dúvidas dos alunos durante o processo de produção do modelo de revitalização do lago o pesquisador disponibilizou um vídeo apresentando um exemplo de projeto de revitalização, deixando claro ao alunado a característica sugestiva do vídeo, permitindo a liberdade criativa em seus modelos.</p>

Aula 10	<p>Título: Aula final – análise dos projetos de revitalização e considerações finais sobre a sequência didática</p> <p>Formato: Aula síncrona</p> <p>Duração: 1 hora e 30 minutos</p> <p>Meio de comunicação: Google Meet® e Google Forms®</p> <p>Desenvolvimento: Após o recebimento dos projetos de revitalização do lago, o grupo reuniu-se em uma sala virtual para analisar todos os projetos desenvolvidos. Comentaram as principais características de cada projeto, as similaridades e formulou-se um modelo de revitalização único com a contribuição de todo o grupo. Por fim, o pesquisador apontou os conteúdos trabalhados durante o desenvolvimento da sequência didática e solicitou que os alunos respondessem a um “Questionário final”, no qual avaliariam a sua participação no projeto e deixaram comentários sobre as atividades desenvolvidas durante o percurso.</p>
----------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: da própria pesquisa

4.4.4 Material Utilizado

Por conta de toda a sequência didática ocorrer em modelo remoto, os materiais utilizados foram dos meios digitais como: computador/notebook ou celular Smartphone, aplicativos ou programas como: Google Meet®, Google Forms®, Google Earth®¹¹, Google Classroom®¹², WhatsApp®, YouTube®¹³. Conexão constante à internet e com velocidade adequada que permitiu assistir vídeos, comunicar em tempo real, baixar e utilizar programas e aplicativos.

4.4.5 Evidências de aprendizagem

No caso de aplicação da sequência didática por um professor regular da disciplina de Matemática, a verificação de aprendizagem fica a critério do professor regente, respeitando as regras e procedimentos didáticos da unidade de ensino envolvida, entretanto, sugere-se que a verificação de aprendizagem seja contínua, diagnóstica e comparativa, observando a participação ativa dos discentes ao longo das aulas e analisando a apresentação em plenária/roda de conversas dos sujeitos envolvidos.

¹¹ Google Earth é um programa de computador desenvolvido e distribuído pela empresa estadunidense do Google cuja função é apresentar um modelito tridimensional do globo terrestre, construído a partir de mosaico de imagens de satélite obtidas de fontes diversas, imagens aéreas (fotografadas de aeronaves) e GIS 3D. Fonte: próprio site.

¹² Google Classroom é um sistema de gerenciamento de conteúdo para escolas que procuram simplificar a criação, a distribuição e a avaliação de trabalhos. Ele é um recurso do Google Apps para a área de educação e foi lançado o para o público em agosto de 2014. Fonte: próprio site.

¹³ YouTube é uma plataforma de compartilhamento de vídeos com sede em San Bruno, Califórnia. O serviço foi criado por Chad Hurley, Steve Chen e Jawed Karim - em fevereiro de 2005. A Google comprou o site em novembro de 2006. Fonte: próprio site.

5 O CAMINHAR DA APLICAÇÃO: PEDRAS E FLORES NO PERCURSO

“E eu continuo indo, seguindo meu caminho. Mudando, errando, mas principalmente, aprendendo com o que eu erro. Não me preocupo se minha evolução é lenta, contanto que ela seja pra melhor”.

(Tati Bernardi)

Este capítulo destina-se a descrever em ordem temporal dos acontecimentos, toda aplicação da sequência didática desde o primeiro contato com os sujeitos participantes da pesquisa até a sua finalização. Foram pontuadas as “pedras do caminho”, referindo-se as dificuldades e enfrentamentos durante o percurso de aplicação da sequência didática, como também o destaque das “flores” que surgiram nessa caminhada, que são os aspectos positivos, acertos e novos descobrimentos.

Entre cada etapa realizada da sequência didática, buscou-se analisar os acontecimentos em seus aspectos fenomenológicos, dialogando com distintos autores, visando ampliar a compreensão da pesquisa e dos fenômenos ocorridos durante o percurso da aplicação.

5.1 Primeiro contato com os alunos

No dia 19/02/2021 às 8 horas e 50 minutos, teve início a aplicação do projeto dissertativo intitulado “Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem de Geometria no Ensino Médio” no Centro de Ensino Médio em Período Integral Polivalente Antônio Carlos Paniago (CEPI Polivalente), em uma aula remota síncrona de matemática utilizando a plataforma de comunicação Google Meet®.

Na oportunidade foi cedido um espaço de fala ao pesquisador deste projeto, professor Vítor, no início da aula de matemática, para apresentar o projeto de pesquisa aos alunos do 3º ano do Ensino Médio (E.M.) e realizar o convite de participação. Nesta aula estavam *on-line* em torno de 50 alunos dos 3º anos do E.M. A coordenação do colégio informou que o total de alunos matriculados nas três turmas de 3º ano totalizam 120 alunos, porém esclareceram que desde o início das aulas em modelo remoto a presença dos alunos dificilmente passa dos 50%, ou seja, a maioria dos alunos não acompanham as aulas remotas e buscam semanalmente no colégio atividades impressas para compor a nota bimestral. Perante estas informações pode-se entender que por este projeto ter se desenvolvido em aulas emergenciais à distância, desde o seu início não conseguiu contemplar todos os sujeitos sociais envolvidos na pesquisa.

Durante a breve participação do pesquisador na aula de matemática, contou um pouco da sua jornada profissional, explicou sucintamente o projeto de pesquisa que estava

desenvolvendo e convidou os alunos a participarem do projeto. Após o término de sua fala, indagou aos alunos se tinham alguma dúvida e nenhum aluno se manifestou de imediato.

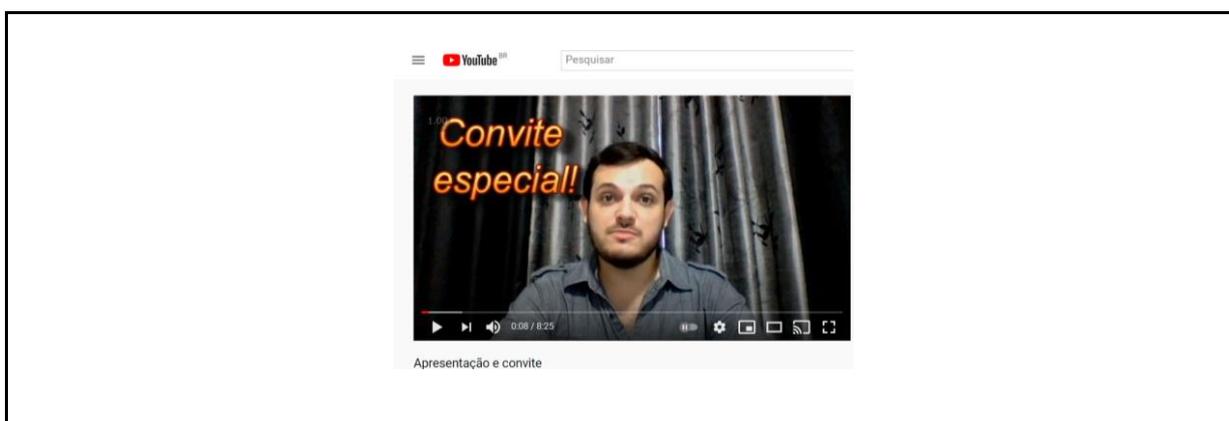
Um aluno colocou no chat do Google Meet®, “que legal” e uma aluna abriu o áudio do seu microfone e perguntou “a gente vai fazer prova dessas aulas também?”, o pesquisador respondeu que não, pois o modelo avaliativo seria dissociado da avaliação obrigatória da disciplina de matemática, que a avaliação do projeto ocorreria de forma progressiva, observando a participação dos alunos.

O professor regente de matemática das turmas, incentivou os alunos a participarem do projeto, expressando “galerinha, este projeto do professor Vítor que é do Instituto Federal de Goiás, é uma pesquisa importante, vale a pena vocês participarem e dedicarem, conhecimento todo tanto é pouco”.

Como forma de incentivar os alunos a participarem do projeto, o professor de matemática, comprometeu-se em gratificar os alunos com 2 pontos na média do bimestre ¹⁴ e o pesquisador em presentear com uma lembrancinha no final do projeto os 10 alunos com participação mais ativa.

Com o intuito de facilitar a comunicação e alcançar também os alunos que não estavam presentes na aula online, foi produzido um vídeo intitulado “Apresentação e convite” com duração de 8 minutos e 25 segundos, postado na plataforma de vídeo YouTube®, no canal pessoal do pesquisador. O vídeo pode ser acessado através do link: <https://www.youtube.com/watch?v=4KJn7OI5Q14&t=26s>.

Figura 04 – Vídeo de convite para participação da pesquisa



Fonte: da própria pesquisa

Após o término da aula, o professor regente de Matemática postou o vídeo

¹⁴ No CEPI Polivalente as avaliações ocorrem bimestralmente no modelo de somatória de pontos com alcance máximo de 10 pontos. A média para aprovação é de seis (6) pontos no final dos quatro bimestres que compõe o ano letivo.

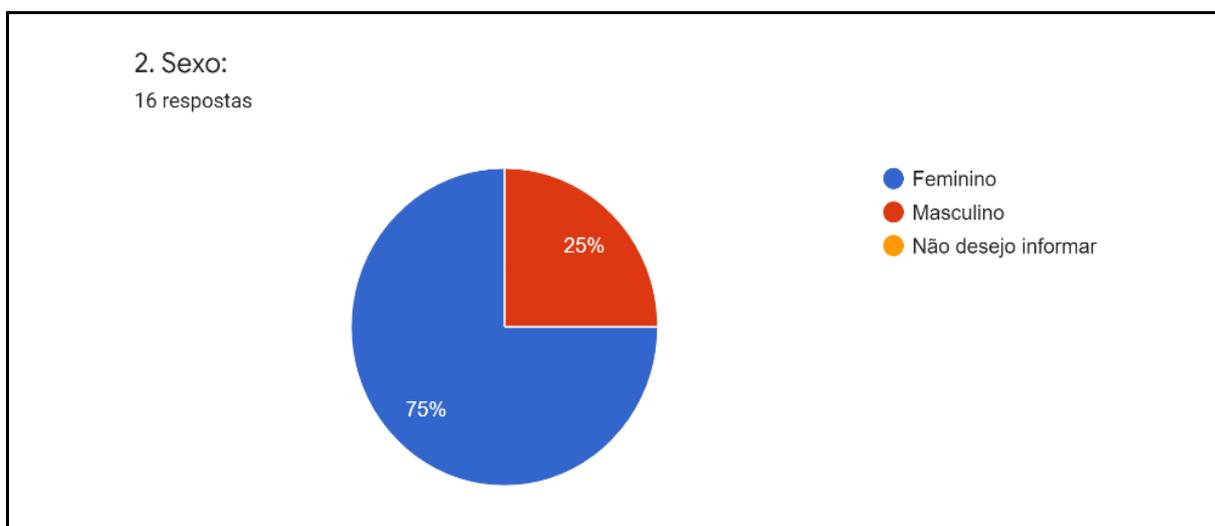
“Apresentação e convite” (Figura 04) na plataforma virtual de comunicação Google Classroom[®], a qual os alunos já estavam trabalhando desde o início das aulas remotas, como também os documentos TCLE (Termo de Consentimento Livre Esclarecido) e TALE (Termo de Assentimento Livre Esclarecido). Foi estipulado o prazo de uma semana para que os alunos interessados em participar da pesquisa pudessem responder ao questionário e anexar os documentos solicitados.

Para que o aluno pudesse participar do projeto de pesquisa, solicitou-se que eles respondessem a um “Questionário Inicial” elaborado e distribuído pelo Google Forms[®]. Este questionário serviu como uma ficha de inscrição, na qual os alunos responderam: “Qual seu nome?; Qual seu e-mail?; Sexo; Idade; Raça/cor; Cidade onde nasceu; Número do WhatsApp[®]; Nome fictício”. A intenção de coletar estas informações surge pela necessidade de traçar o perfil dos alunos participantes da pesquisa que trarão ao leitor uma melhor visualização do projeto.

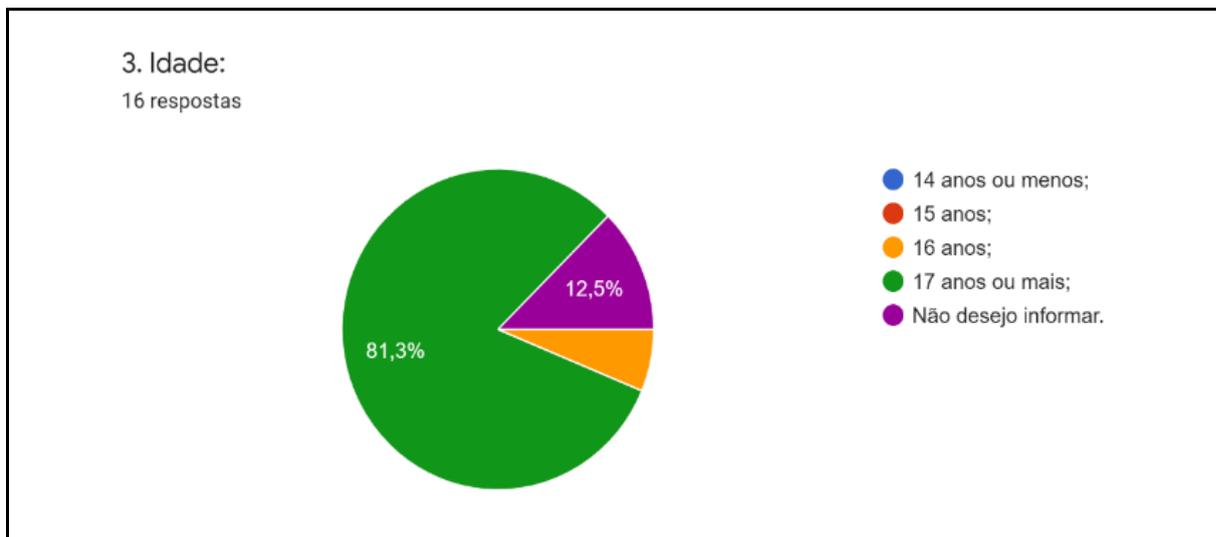
5.1.1 Perfil dos alunos participantes

Por meio das respostas coletadas no “Questionário 1” traçou-se o perfil dos alunos participantes da pesquisa. Verificou-se que a maioria dos alunos declararam ser do sexo feminino, com idade igual ou superior a 17 anos, da raça/cor predominante branca seguida de parda, e mais da metade dos alunos são naturais de Mineiros-GO.

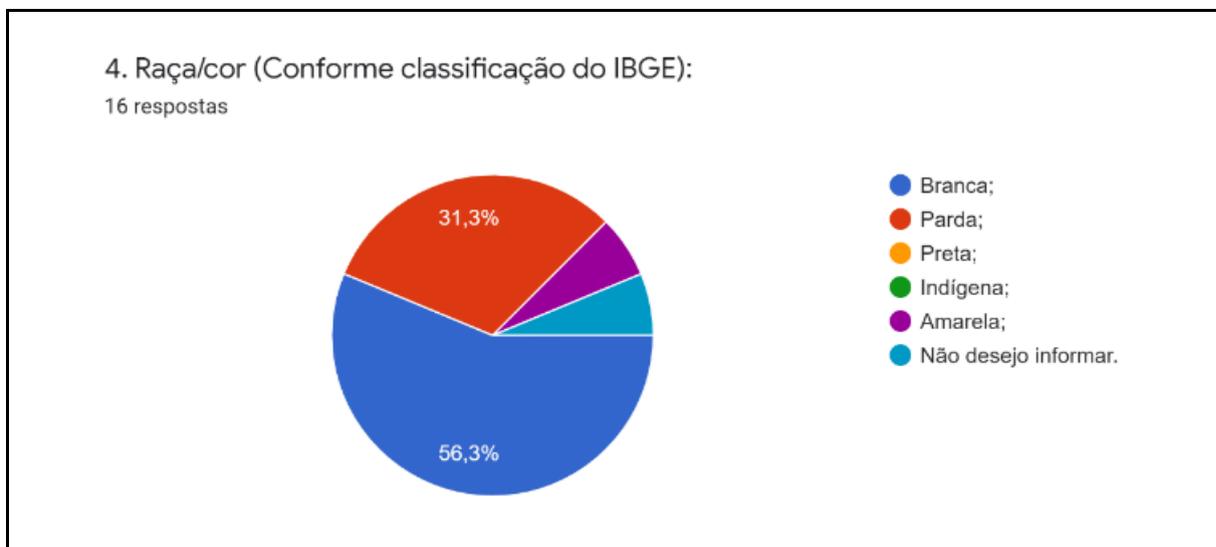
Gráfico 02 –Sexo dos alunos participantes



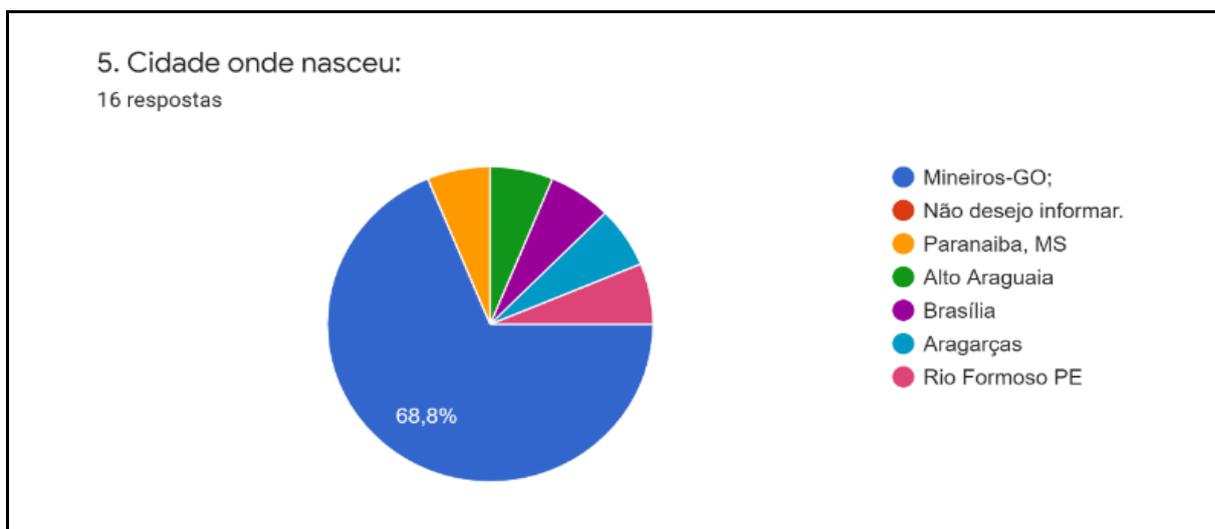
Fonte: da própria pesquisa

Gráfico 03 –Idade dos alunos participantes

Fonte: da própria pesquisa

Gráfico 04 –Raça/cor dos alunos participantes

Fonte: da própria pesquisa

Gráfico 05 – Cidade natal dos alunos participantes

Fonte: da própria pesquisa

Para manter o sigilo das respostas e da interação dos alunos no projeto, foi solicitado ainda dentro do “Questionário 1”, que eles escolhessem um pseudônimo (nome fictício), homenageando a fauna ou flora do Cerrado brasileiro. Ex.: Tamanduá bandeira; Ipê roxo; Pequizeiro. Podendo descrever o motivo que levou a escolher este nome. A partir deste momento os alunos participantes da pesquisa serão tratados pelos seus nomes fictícios.

Quadro 05 – Nome fictício dos alunos e justificativas

Nomes fictícios dos alunos		Justificativa
1	Cajuzinho-do-cerrado	Eu acho esse nome fofo e a fruta é uma delícia.
2	Caliandra	É a cara de Mineiros.
3	Caliandra Rosa	Achei a flor bonita.
4	Capivara	
5	Coquinho azedo (butiá)	Meu pai fazia licor com esse coquinho.
6	Coruja	Antigamente tinham muitas corujas no meu bairro, mas com o tempo foram desaparecendo.
7	Flamboyant	
8	Gabiroba	Quando eu morava na fazenda, adorava essa frutinha.
9	Ipê roxo	É uma árvore bonita e tem muitas em Mineiros.
10	Jatobá	
11	Koellensteinia	
12	Margarida	
13	Onça parda	
14	Onça pintada	Muito linda.
15	Tucano	Porque acho muito bonito.
16	Veado Campeiro	

Fonte: da própria pesquisa

A intenção de solicitar aos alunos que escolhessem pseudônimos baseado em nomes de animais e plantas típicos do Cerrado surgiu perante o interesse pessoal do pesquisador em

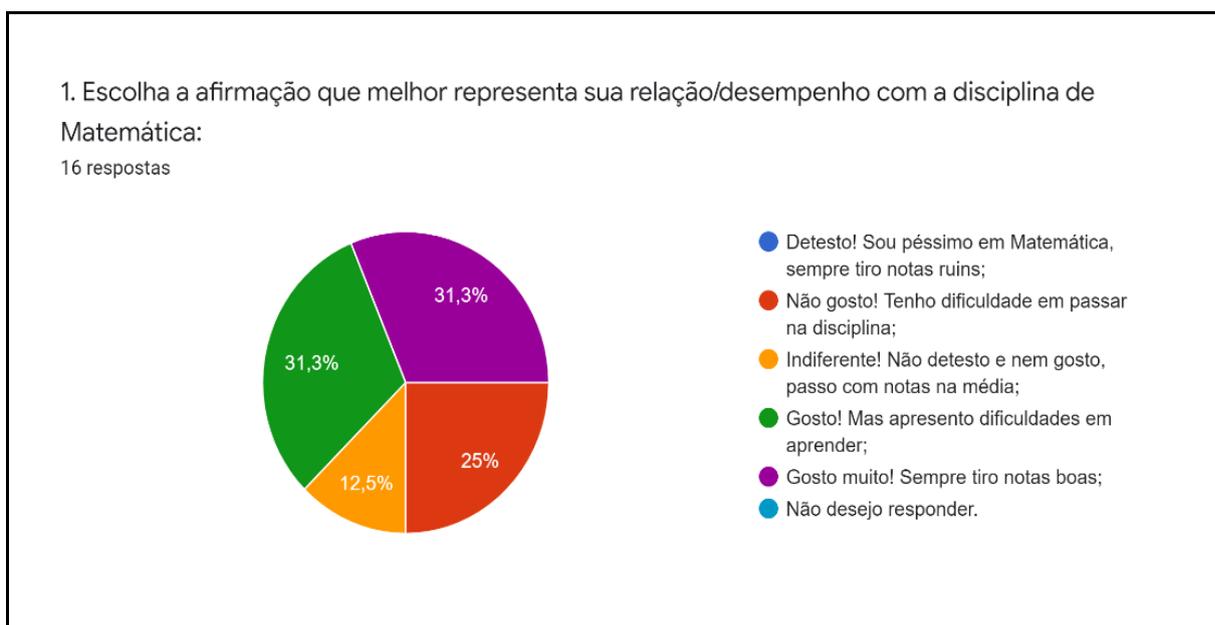
valorizar o bioma do Cerrado brasileiro, almejando despertar nos alunos, durante sua busca para escolher seu nome fictício, um olhar mais atento a natureza a sua volta, ampliando seus conhecimentos da fauna e flora do local onde vivem, pois o Cerrado é o bioma predominante da região Centro-Oeste, rico em biodiversidade.

Desde a formulação do projeto de pesquisa, pensava-se em “abrir o leque de conhecimentos”, ou seja, ir além dos próprios conteúdos categorizados dentro da disciplina de matemática e trabalhar a interdisciplinaridade, pois conforme Gardas e Silva (2015, p. 07) “A interdisciplinaridade visa garantir a construção de um conhecimento globalizante, rompendo com os limites das disciplinas e viabilizando assim novas oportunidades de conhecer e construir conhecimento”.

5.1.2 Relação dos participantes com a Matemática e Geometria

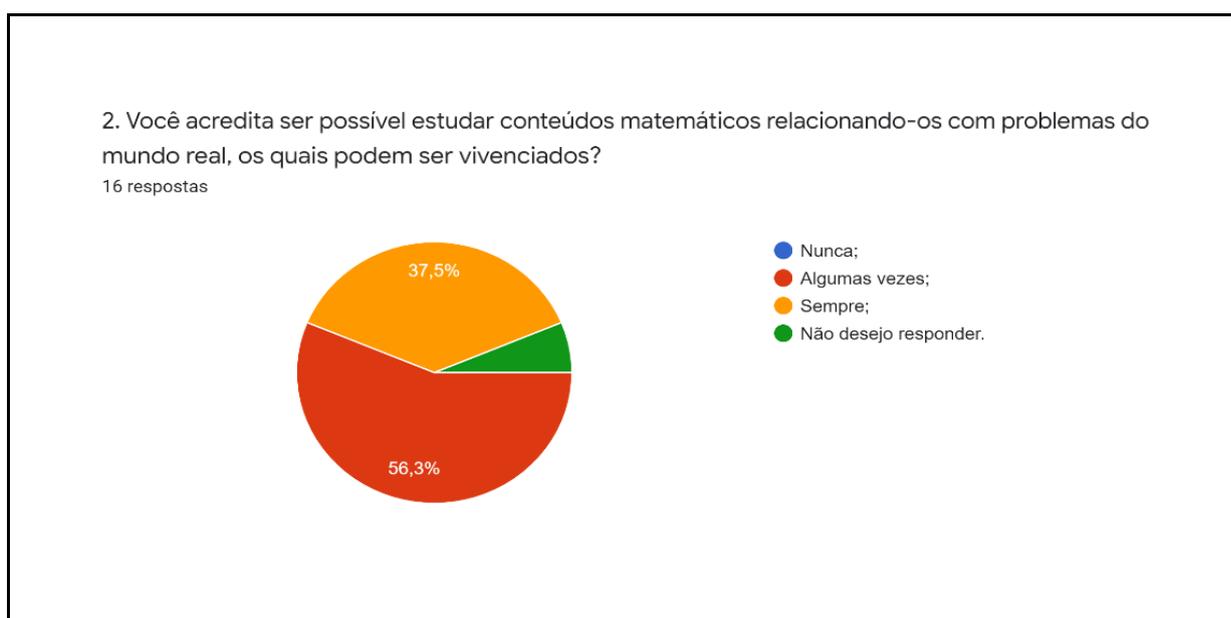
Ainda no “Questionário Inicial” destinou-se uma seção com perguntas referentes a relação dos alunos com a Matemática e especificamente com a Geometria, também foi coletada a documentação exigida pelo Comitê de Ética (em formato de anexo PDF) os documentos: TALE e TCLE, ambos devidamente assinados por eles (alunos) e por um responsável legal.

A primeira pergunta efetuada foi sobre a relação/desempenho dos alunos junto a disciplina de Matemática, na qual o aluno possuía 6 opções de respostas indo desde o “detesto” até o “gosto muito”. Constatou-se que 62,6% dos alunos responderam que “gostam” ou “gostam muito” da disciplina. Somente 4 alunos declararam “não gosto” e 1 aluno declarou ser uma disciplina “indiferente”.

Gráfico 06 –Respostas da 1ª pergunta

Fonte: da própria pesquisa

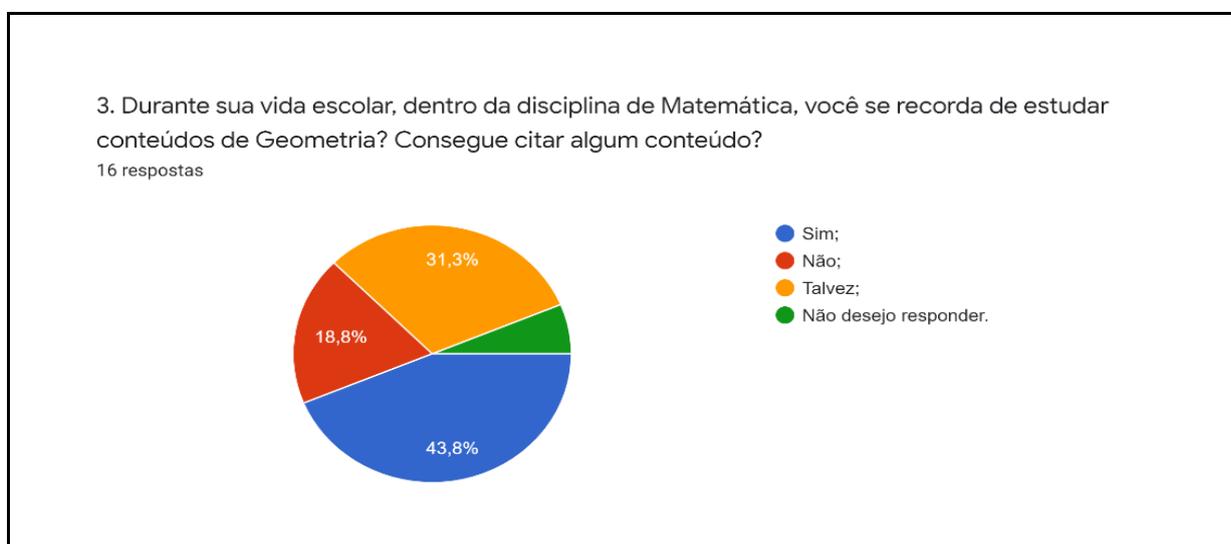
A pergunta seguinte buscou identificar nos alunos suas opiniões a respeito da possibilidade de estudar conteúdos matemáticos vinculados com problemas do mundo real. Quinze (15) alunos marcaram as opções “algumas vezes” e “sempre”, somente um (1) aluno marcou a opção “não desejo responder”. Ou seja, a grande maioria concorda ser possível aprender matemática estudando casos práticos realísticos do dia-a-dia.

Gráfico 07 - Respostas da 2ª pergunta

Fonte: da própria pesquisa

A terceira pergunta apresentou aos alunos uma indagação quanto as suas lembranças em estudar conteúdos de geometria dentro da disciplina de matemática em sua vida escolar. Metade dos alunos responderam “talvez” ou “não”. Sete (7) alunos responderam que recordam ter estudado conteúdo da geometria e um aluno não respondeu. Pode-se observar um forte desequilíbrio nas respostas, o que sugere representar que os conteúdos de geometria não se fixaram no campo dos saberes de alguns alunos ou que realmente os conteúdos nunca foram trabalhados em sua vida escolar, ou ainda, que não sabem identificar ou diferenciar a geometria dos outros ramos da matemática.

Gráfico 08 - Respostas da 3ª pergunta



Fonte: da própria pesquisa

Sequencialmente na quarta pergunta, indagou-se aos alunos que responderam SIM na pergunta anterior, que relatassem quais conteúdos recordavam ter estudado dentro da Geometria. As respostas foram: “Geometria plana”; “Figuras geométricas”; “Analítica eu acho”; “Geometria Espacial”; “Volume, Área e perímetro”; “Só consigo lembrar de como calcular o ângulo de triângulos equiláteros e do nome de algumas formas geométricas”. Analisando as poucas e curtas respostas dos alunos, conjectura-se que os conteúdos relatados são os mais elementares dentro da geometria e que os alunos não possuem uma visão ampla sobre esta área da matemática.

A quinta pergunta apresenta aos alunos uma afirmação da pesquisadora Estela Kaufman Fainguelernt “O estudo da Geometria é de fundamental importância para se desenvolver o pensamento espacial e o raciocínio ativado pela visualização, necessitando recorrer à intuição, à percepção e à representação, que são habilidades essenciais para a leitura do mundo [...]” (FAINGUELERNT, 1999, p. 53). Foi questionado aos alunos se

concordavam com esta afirmação e que justificassem a resposta.

Todos os alunos responderam que sim e apresentaram algumas justificativas: “a geometria estuda as formas e a visualização ajuda bastante”; “Sim eu concordo, pois assim você tem uma base para enxergar a geometria e a matemática nos lugares e ter uma melhor percepção de espaço, de infraestrutura...”; “Sim, concordo pois a geometria está em tudo a nossa volta”; “Sim, pois isso nos ajuda a ter uma base melhor da dimensão das coisas ao nosso redor”; “sim, quanto mais conhecimento de geometria melhor a visão para o mundo”; “sim, a geometria está em tudo, estudar casos de geometria nos leva a outro olhar”.

Notou-se que apesar da maioria dos alunos não conseguir recordar e nem descrever conteúdos que estudaram da Geometria, eles declararam reconhecer a importância formativa deste campo da matemática para a leitura de mundo e visualizam sua presença e utilidade prática no meio que os cercam. Cabe conjecturar se as respostas não foram influenciadas pelo excerto apresentado ou pelo próprio pesquisador em suas falas motivacionais, de qualquer forma, pode-se entender que os alunos refletiram sobre a importância da Geometria e buscaram recordar seus conhecimentos nesta área da matemática.

5.2 Formando o grupo de alunos

Durante o decorrer do prazo para preenchimento do “Questionário Inicial”, primeiramente somente quatro (4) alunos responderam às perguntas e dois alunos mandaram mensagens para o número pessoal de WhatsApp[®] do professor pesquisador perguntando como ocorreria realmente as aulas, pois estavam com medo de ser “difícil” ou de requerer muito tempo para desenvolver as atividades. O pesquisador esclareceu suas dúvidas, fornecendo um maior detalhamento de como seriam as aulas e quais atividades eles iriam desenvolver.

Como a semana de prazo já havia se passado e somente quatro (4) alunos responderam ao questionário, manifestando o interesse em participar do projeto, o professor pesquisador produziu mais um vídeo explicando detalhadamente a sequência didática e todas as etapas que a compõem. Este vídeo intitulado “O que é a pesquisa?” (Figura 05) possui 4 minutos e 35 segundos e foi postado no YouTube[®] e disponibilizado no link: <https://www.youtube.com/watch?v=p0hLpPTiha8&t=29s>.

Figura 05 – Vídeo explicativo sobre a pesquisa

Fonte: da própria pesquisa

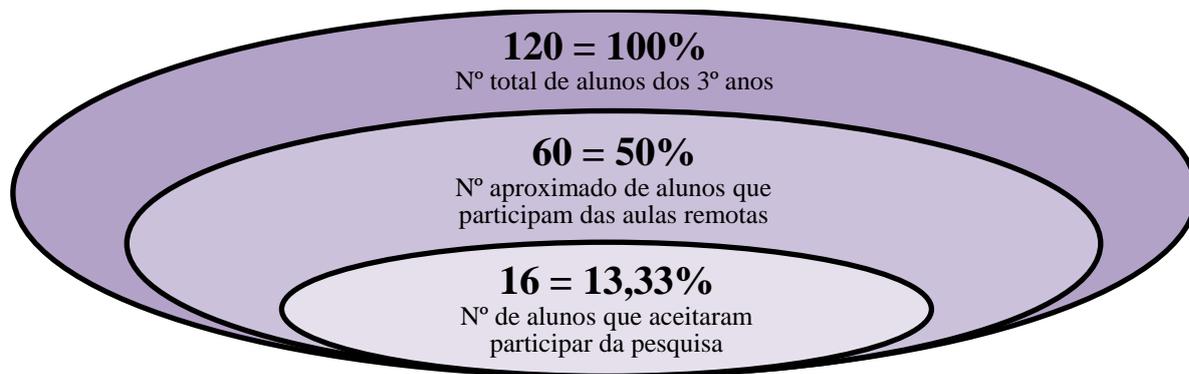
No dia 26/02/2021 o pesquisador solicitou ao professor regente de matemática que postasse o vídeo “O que é a pesquisa?” no Google Classroom® da turma e reforçasse o convite aos seus alunos, prolongando o prazo de inscrição por mais uma semana. Nesta mesma semana a coordenadora pedagógica do CEPI Polivalente informou que os alunos dos 3º anos iriam realizar um “provão” de treinamento para o ENEM presencialmente no Colégio, sendo uma boa oportunidade para encontrá-los pessoalmente, realizar o convite de participação e entregar cópias do TALE e TCLE.

A sugestão da coordenadora em encontrar presencialmente os alunos foi acatada e no dia 03/03/2021 às 7:30, o professor pesquisador visitou o CEPI Polivalente seguindo as recomendações da Vigilância Sanitária de Mineiros-GO, enquanto período de pandemia, usando máscara respiratória e higienizando constantemente as mãos com álcool em gel. Nesta manhã, o pesquisador encontrou o professor regente de matemática dos 3º anos e a coordenadora pedagógica que o conduziu às salas onde estavam os alunos do 3º ano.

O pesquisador adentrou em quatro (4) salas de aula, com aproximadamente doze (12) alunos em cada uma, apresentou-se, relembrou do convite de participação do projeto e entregou uma cópia do TALE e TCLE a cada aluno e deixando também escrito na lousa seu número de telefone e WhatsApp® para casos de dúvidas. Como o tempo disponibilizado para deixar o recado era escasso, pois não poderia atrapalhar o andamento da aplicação do provão/teste que estavam realizando, não foi possível destinar um momento para que os alunos pudessem interagir com o pesquisador e talvez tirar as dúvidas que os afligiam quanto a participação do projeto.

Após a visita ao CEPI Polivalente, o número de alunos que responderam ao “Questionário inicial” subiu para dezesseis (16) e definiu-se que no dia 09/03/2021 finalizaria a aceitação de respostas ao questionário, fechando o grupo de pesquisa com 16 alunos.

Gráfico 09 - Formação do grupo de pesquisa



Fonte: da própria pesquisa

A respeito da devolutiva dos documentos exigidos pelo Comitê de ética (TALE e TCLE), seis (6) alunos devolveram o documento preenchido e assinado pelos pais no próprio colégio, recolhidos pela coordenadora geral e entregues ao pesquisador posteriormente. Após alguns dias de cobranças do pesquisador e da coordenação do colégio aos alunos, mais dez (10) alunos encaminharam fotografias do documento preenchido e assinado via WhatsApp pessoal do pesquisador, totalizando dezesseis (16) alunos que formam o grupo de pesquisa. Nenhum aluno ou pai declarou dúvida sobre os documentos e não foi manifestada nenhuma objeção.

5.2.1 Grupo de estudos pelo WhatsApp®

A coordenação do colégio comunicou ao pesquisador que não era possível ocupar as aulas online regulares de Matemática para a aplicação completa da sequência didática, pois demandaria muitas aulas e acarretaria em um atraso na ementa didática pré-estabelecida da disciplina, que é fiscalizada e acompanhada pela Secretaria de Educação Estadual de Goiás, portanto, o desenvolvimento das aulas da sequência didática teria que ocorrer fora do horário de aulas remotas regulares.

Como solução a este impasse de espaço didático, resolveu-se abrir no dia 10/03/2021 um grupo de conversas no aplicativo WhatsApp® com a participação dos 16 alunos, o professor de matemática e o professor pesquisador. A partir das respostas coletadas no

“Questionário Inicial”, teve-se acesso aos números de celular dos alunos participantes possibilitando esta ação. Portanto, todas as próximas etapas do projeto ocorreram através da comunicação via WhatsApp®, permitindo enviar arquivos, áudios, vídeos e agendar aulas remotas síncronas utilizando o Google Meet®.

O grupo foi denominado “Projeto Modelagem Matemática” e inserido uma imagem com variados desenhos geométricos bidimensionais. O professor pesquisador deu início a conversa no grupo repassando uma mensagem de áudio agradecendo por terem aceitado participar do projeto e encaminhou um vídeo apresentando o lago municipal de Mineiros-GO “Canto do Cerrado”.

5.3 O caso/problema em estudo- 1ª etapa da Modelagem Matemática

Maria Salett Biembengut e Nelson Hein (2021) no livro “Modelagem Matemática no ensino” apontam os procedimentos para aplicar a Modelagem Matemática em sala de aula, sendo o primeiro, chamado de Interação. Neste processo inicial ocorrem duas etapas: o reconhecimento da situação-problema e a familiarização com o assunto a ser modelado.

Os autores ainda detalham que o processo de Interação inicia após a delimitação da situação ou caso problema que se pretende estudar, após deve ser realizado um estudo sobre o assunto que pode ser feito de modo indireto, através de livros, revistas especializadas, entre outras produções técnicas/científicas sobre o tema, ou de forma direta ou *in loco*, através da experiência em campo, de dados experimentais obtidos com especialistas da área.

Bassanezi (2019) esclarece que a escolha do tema a ser trabalhado com a Modelagem matemática, deve ser feito por meio de um levantamento prévio de possíveis situações de estudo as quais devem ser, preferencialmente, amplas para que possam gerar questionamentos em várias direções.

Bassanezi (2019), alerta da importância de o tema ser escolhido pelos próprios alunos, despertando neles um sentimento de corresponsabilidade pelo processo de aprendizagem, tornando a participação mais efetiva. Por conta do distanciamento educacional gerado pelas aulas remotas emergenciais e a necessidade de uma preparação prévia da sequência didática para compor o projeto de pesquisa, o pesquisador necessitou indicar o tema/caso aos alunos e analisar a aceitação dos mesmos ao tema.

Biembengut; Hein, (2011) esclarecem que no desenvolvimento da Modelagem Matemática em conteúdos programáticos a fase da Interação (escolha do tema), o professor primeiramente faz uma breve exposição sobre o tema, permitindo certa delimitação pelos

alunos com uma área em questão. Esse interesse do aluno sobre o tema é fundamental para despertar a motivação em estudar.

O caso/problema motivador de todas as atividades da sequência didática foi o estudo do lago municipal de Mineiros – Canto do Cerrado. Foi escolhido trabalhar com o caso do lago municipal, por entender ser um local de destaque da cidade, podendo ser considerado até mesmo cartão postal do município. Imagina-se ser um lugar conhecido de todos os alunos e que atualmente se encontra com problemas de drenagem, saneamento, falta de manutenção, entre outros aspectos que podem proporcionar questionamentos em várias direções pelos alunos.

Ao apresentar o tema/caso de estudo aos alunos, e serem indagados via formulário do Google Forms[®]: **“Você se sente motivado em estudar o problema/caso do lago municipal de Mineiros?”**. Todos os alunos responderam SIM, e foram expressos comentários positivos como: “sim, faz parte do conteúdo, além de ser importante reconhecer problemas da cidade”; “Eu me sinto muito motivada e feliz por um projeto tão criativo como este, e achei incrível esta oportunidade pois escolhi prestar para arquitetura e isso me dará uma visão melhor sobre a faculdade”; “Sim. Sei que participando aprenderei muita coisa e poderemos melhorar o nosso lago”; “Sim... Pois precisa de muitas melhorias neste local”; “Sim. Eu gosto de fazer esse tipo de atividade diferente.”; “Sim. É uma atividade interessante porque vai nos tirar do tédio da sala de aula e ainda dá a oportunidade de conhecer um pouco mais sobre o lago”.

Confirmada a aceitação e motivação dos alunos do tema/caso proposto pelo pesquisador, estabeleceu-se o estudo do caso do lago municipal de Mineiros-GO de maneira a abordar didaticamente os conhecimentos matemáticos e geométricos dos alunos perante a metodologia da Modelagem Matemática.

Após a exposição do tema aos alunos, a próxima etapa da modelagem foi o levantamento de informações sobre o lago municipal de Mineiros-GO. Bassanezi (2019), informa que a coleta de dados pode ser efetuada de várias maneiras: por meio de entrevistas, pesquisas com amostragens, questionários, pesquisas bibliográficas, dados catalogados em livros e revistas especializadas e até mesmo através de experiências programadas pelos próprios alunos.

Como não era possível visitar o lago presencialmente com os dezesseis (16) alunos, devido às restrições sanitárias impostas pela pandemia do novo Coronavírus, foi produzida uma gravação em vídeo do lago municipal. Neste vídeo realizou-se a filmagem saindo de carro do portão de entrada do CEPI Polivalente, conduzindo até o lago municipal e

caminhando por toda a sua margem. O vídeo tem a duração de dois (2) minutos e um (1) segundo, possui imagens aceleradas e também foi postado no YouTube® (Figura 06) com o nome “Vídeo do lago Municipal Canto do Cerrado- Mineiros-GO” disponibilizado pelo link: <https://www.youtube.com/watch?v=bVoQB5xF-oU>.

Figura 06 – Vídeo de apresentação do lago municipal de Mineiros-GO



Fonte: da própria pesquisa

O pesquisador solicitou, em forma de mensagem de texto no grupo do WhatsApp®, que os alunos assistissem ao “Vídeo do lago Municipal Canto do Cerrado- Mineiros-GO” imaginando-os visitando o lago, observando seu atual estado de conservação, suas margens, a quantidade de água, os problemas existentes, ou seja, que tivessem um olhar crítico sobre o lago. Foi pedido também que pensassem nas formas de como calcular a quantidade de água presente no lago, para que posteriormente pudessem se reunir remotamente e dialogar em conjunto sobre as observações pessoais.

Para colaborar com a concatenação de ideias sobre o lago, o pesquisador encaminhou um questionário via Google Forms® denominado “Questionário 2”, com perguntas abertas sobre o que eles (alunos) observaram no lago por meio do vídeo e da própria memória do local. Foi estipulado que o prazo para resposta seria até a data do primeiro encontro remoto.

No mesmo dia foi agendado com os alunos o primeiro encontro virtual remoto, marcado em comum acordo para o dia 16/03/2021 às quinze (15) horas na sala virtual do Google Meet®.

Durante o período de recebimento de respostas do “Questionário 2”, o pesquisador desenvolveu uma apresentação em slides com o resumo das respostas obtidas no questionário, de forma a pontuar os principais pontos destacados pelos alunos a respeito do lago municipal.

5.4 Respostas do “Questionário 2” – etapa da produção de dados

Como informado anteriormente, os alunos participantes do projeto responderam a um segundo questionário, elaborado e disponibilizado também através do Google Forms®. Neste questionário levantou-se questões referentes à visão dos alunos sobre o lago e sobre como calculariam a quantidade de água. O objetivo em lançar perguntas discursivas aos alunos foi de colaborar com suas formulações de opiniões, de antemão à próxima aula remota síncrona, de maneira a facilitar a roda de conversa virtual, na qual foi debatido em grupo todas as perguntas e respostas do questionário 2.

A primeira pergunta levantada foi: **“1-Como está atualmente o lago municipal de Mineiros-GO? (nesta pergunta destaque os principais aspectos do lago municipal e coloque sua opinião sobre ele, podem ser aspectos positivos e/ou negativos). Em caso de dúvidas sobre o lago, assista o vídeo abaixo”**. O vídeo referido na pergunta é o “Vídeo do lago Municipal Canto do Cerrado- Mineiros-GO” disponibilizado pelo link: <https://www.youtube.com/watch?v=bVoQB5xF-oU>.

A primeira pergunta do “Questionário 2”, corresponde a segunda fase da Modelagem Matemática, a coleta de dados, também chamada de familiarização com o problema. A partir do vídeo do lago e da memória dos alunos em visitas realizadas *in loco*, os alunos conseguiram apontar os principais aspectos do local de estudo. Abaixo verifica-se as respostas coletadas:

Quadro 05 – Respostas coletadas na pergunta 1 do Questionário 2

RESPOSTAS COLETADAS NA PERGUNTA Nº 1 DO “QUESTIONÁRIO 2”	
Aluno (pseudônimo)	Resposta
Cajuzinho do Cerrado	Quando é apresentado imagens do lago, é tudo muito bonito, não que não seja, mas tem de haver melhorias como o cuidado com o estado da água ali pois eles jogam esgoto, o que prejudica a cidade, a fauna e a flora e nós cidadãos. Acredito que se resolverem certos problemas ali é um ótimo lugar para visitar.
Caliandra	Ele está com a segurança precária, falta de luzes na parte de noite, estrutura danificada, lago sujo
Caliandra Rosa	Atualmente, o lago de Mineiros, se apresenta em situação crítica devido à ausência de investimentos por parte do município, falta de tratamento na água, fiscalização no descarte incorreto de lixo no local, entre outras problemáticas, o que torna o local desagradável e não cumpre com o seu objetivo de proporcionar lazer a população mineirense.
Capivara	mato alto, esgoto desaguando
Coquinho azedo (butiá)	acredito que falte árvores a sua volta, já que se trata de um lago, ele deve ter mata ciliar. Pois ajuda-o a preservá-lo.
Coruja	Apesar de ser um lugar bonito, estão sujas as cabanas e o parquinho são frequentemente vandalizados, o calçamento está quebrado em alguns lugares e algumas pessoas pescam ali (apesar de não ser permitido, têm placas avisando, mas já estão um pouco apagadas)

Flamboyant	Faz um bom tempo que eu não visito o lago de Mineiros
Gabiroba	Eu acho o lago meio feio, com água turva, meio cheio de brejos ao redor. Na parte de cima onde fica as passarelas e quiosques poderia ser mais bem utilizada, a noite ficando bem iluminado e tal...
Koellensteinia	Lago do município de Mineiros já esteve em melhores condições em épocas entre 2015 e 2016, hoje em dia possibilita um ambiente mais descuidado e desmerecido pela prefeitura.
Margarida	Aparentemente o lago está bem sujo, principalmente ao redor com um mato muito alto, e parece também que há dejetos de esgoto em algumas partes do lago.
Onça Parda	Preservado, com vegetação ao redor e etc.
Onça Pintada	Faltando limpeza... reforma...
Tucano	Se tivesse mais árvores ao redor ficaria muito melhor, é se cortasse aqueles Matos enormes do lado da escada ficaria melhor
Veado Campeiro	O lago está muito mal cuidado. Há muito lixo, muito esgoto, falta segurança. É um ótimo lugar para prática de esportes, recreação e eventos públicos, porém falta investimento.

Fonte: da própria pesquisa

Analisando as respostas obtidas na primeira pergunta do questionário, nota-se que a maioria dos alunos conseguiram exprimir suas opiniões/visões sobre o atual estado do lago municipal de Mineiros. Apontaram principalmente aspectos negativos como: poluição do lago, falta de segurança, baixa iluminação noturna, estruturas danificadas, entre outros fatores relacionados com a falta de manutenção e limpeza, que são funções de responsabilidade pública.

A aluna “Flamboyant” mesmo tendo assistido o vídeo de visita ao lago, não conseguiu descrever sua opinião, deixando subentendido em sua resposta a necessidade de visita *in loco* para sustentar suas opiniões.

A próxima pergunta do questionário indagava: **“2- O que é possível fazer para melhorar o lago municipal de Mineiros-GO? (Nesta pergunta apresente suas ideias de como melhorar o lago. Sugira o máximo de melhorias possíveis, seja criativo)”**.

Esta segunda pergunta almejou-se efetivar a próxima etapa da Modelagem Matemática chamada de “Formulação de Modelos”. Nesta fase os alunos irão formular respostas de solução ao caso apresentado. Biembengut e Hein, (2011) afirmam que “As respostas, certamente, abrirão caminhos para se atingir as metas propostas. Manter um clima de liberdade, estimula a participação, a descontração e a criatividade individual, permitirá obter resultados satisfatórios em relação ao aprendizado de Matemática” (p.21). Segue abaixo quadro de respostas coletadas.

Quadro 06 – Respostas coletadas na pergunta 2 do Questionário 2

RESPOSTAS COLETADAS NA PERGUNTA Nº 2 DO “QUESTIONÁRIO 2”	
Aluno (pseudônimo)	Resposta
Cajuzinho do Cerrado	Tratar o esgoto, tornar o ambiente mais limpo e agradável para as famílias possam frequentar.
Caliandra	Melhorar a segurança, colocar mais lugares para lixo, melhorar a parte do laser (mais quiosques, brinquedos, áreas de exercícios,) , arrumar a calçamento danificado , colocar mais iluminação , podar algumas áreas ...
Caliandra Rosa	Com inúmeros problemas que surgiram ao longo dos anos no lago e região, é necessário que algumas medidas sejam tomadas, tais como maior vigilância policial - já que alguns crimes ocorrem nessa área - cuidado no tratamento da água e do ambiente em si, maior interesse por parte do prefeito em manter um lugar agradável para toda população, assim, cumprindo com o objetivo do lago em proporcionar lazer e entretenimento aos cidadãos.
Capivara	A prefeitura cortar os matos regulamente, a prefeitura arrumar um jeito de fazer o esgoto deságua direto no corguinho, fazer uma academia ao ar livre (aparelhos q tem em algumas praças da cidade) para aproveitar o espaço melhor
Coquinho azedo (butiá)	Plantar árvores e outras plantas a sua volta, além de procurar fazer uma coleta de dejetos tanto a sua volta, quanto dentro do lago em si para manter o mesmo, limpo.
Coruja	Precisam ser realizadas manutenções com mais frequência, aumentar a sinalização, policiamento assíduo, também é preciso a colaboração da população.
Flamboyant	Preservação plantando mais árvores ao seu redor, não poluindo a água.
Gabiroba	Eu não entendo como poderia ser feito isso, mas acho que ficaria bonito com calçamentos ao redor do lago todo, e a água que vem para o lago poderia receber um tipo de tratamento para chegar limpa no lago, mas nem sei se isso seria possível fazer. Poderia, futuramente, depois da pandemia, ser ativado os bares, poderia ter música ao vivo e muitas outras atrações.
Koellensteinia	Tratamento da água, reforma do parquinho e mais câmeras para observação de atitudes ilegais.
Margarida	Acabar com o descarte de lixo no lago assim como melhorar a situação de dejetos de esgoto que são liberados lá.
Onça Parda	Melhorar a saída de água, pois naquela aparentemente vala, pode dar mal cheiro ao lugar
Onça Pintada	A prefeitura fazer limpeza ... fazer reforma nele todo
Tucano	Colocar árvores e dar uma boa limpeza no lago ficaria bom
Veado Campeiro	Melhorar a iluminação, tratar o esgoto que é lançado ali, melhorar a iluminação, revitalização da orla, criação de espaços recreativos e aumentar a segurança.

Fonte: da própria pesquisa

Observa-se nas respostas recebidas na segunda pergunta que as sugestões de melhoria do lago abrangeram diferentes aspectos, desde limpeza, tratamento da água, melhoria na iluminação noturna e policiamento do local, até a inserção de novos elementos ao lago como: plantio de mais árvores, criação de espaços recreativos e academia ao ar livre, instalação de câmeras de vigilância e aumento de cestos de lixo.

Vários alunos conseguiram criar sugestões amplas, com modelos de melhoria do lago perante uma visão global, propondo soluções sobretudo de cunho ambiental e social.

Sequencialmente a terceira pergunta do Questionário 2 questionava aos alunos **“3- Como você conseguiria descobrir a quantidade de água presente no lago? (Nesta pergunta espero que você me informe como é possível calcular o volume de água do lago, quais são as informações necessárias para conseguir essa informação. Se**

necessário pesquisar na internet, pergunte aos seus professores, pais, amigos, etc.).”

Esta pergunta também se enquadra na fase de “Formulação de Modelos”, pois o aluno se deparou com uma pergunta que o fará refletir, pesquisar e criar uma resposta de solução, ou seja de um modelo individual de solução. O professor pesquisador aponta na pergunta alguns caminhos para se obter a resposta como: a busca na Internet, a conversa com professores, pais, amigos... A intenção é motivar os alunos a pesquisar de forma direta ou indireta as soluções e formular um modelo de solução. Abaixo verifica-se as respostas de cada aluno:

Quadro 07 – Respostas coletadas na pergunta 3 do Questionário 2

RESPOSTAS COLETADAS NA PERGUNTA Nº 3 DO “QUESTIONÁRIO 2”	
Aluno (pseudônimo)	Resposta
Cajuzinho do Cerrado	Acredito que teríamos que calcular o volume, para isso precisamos do perímetro e da profundidade.
Caliandra	multiplicar o comprimento, pela largura e pela altura.
Caliandra Rosa	Para calcular o volume de água do lago é necessário descobrir o comprimento, largura e profundidade dele e logo após multiplicar os três valores, assim encontraremos em metros cúbicos.
Capivara	Basicamente é só multiplicar o comprimento, a largura e a profundidade média (profundidade maior + profundidade menor ÷ 2). Veja: Comprimento: 3 metros. Largura: 7 metros. Profundidade: 1,40 metros. ... Diâmetro: 4 metros. Profundidade Média: 1,50 metros. Portanto: $4 \times 4 \times 1,50 \times 0,785 = 18.84 \text{ m}^3$ ou 18.840 Litros.
Coquinho azedo (butiá)	Bom, partindo do princípio que um objeto 3D como por exemplo um cubo se calcula o volume por (comprimento vezes altura vezes largura) acredito eu que para fazer o cálculo com o lago, deveríamos fazer o mesmo. Porém o lago não possui medidas exatas então não sei ao certo como fazer esse cálculo
Coruja	Precisaria multiplicar o comprimento pela largura e pela profundidade.
Flamboyant	Utilizando o cálculo de volume.
Gabiroba	Eu penso que temos que medir o tamanho do lago e a fundura dele para depois calcular o volume de água. Preciso de orientação para entender isso melhor.
Koellensteinia	Fazendo a área.
Margarida	Necessário calcular a profundidade média. Isso nada mais é que pegarmos a profundidade menor e somarmos à profundidade maior. O resultado dessa soma deve ser dividido por dois, obtendo-se, assim, a profundidade média do lago. No caso também temos que descobrir quais formas geométricas estão presentes no lago, descobrir o volume de cada uma e somar todas, assim temos o valor real do lago.
Onça Parda	Saber o tamanho da sua área, profundidade, volume, acredito q seja isso
Onça Pintada	Deve se marcar a quantidade de água antes e depois do enchimento. Logo após basta subtrair a contagem inicial pela contagem final. Lembrando que um metro cúbico de água é igual a mil litros.
Tucano	$\pi \times r^2$. Inicialmente, precisa medir o raio que equivale à metade do diâmetro. Para um tambor com um metro de boca, significa 100cm de diâmetro e, portanto, 50cm de raio. À partir daí, faça: $3,1416 \times r^2 = 3,1416 \times 0,50^2 = 3,1416 \times 0,25 = 0,785\text{m}^2 = \text{área}$ Tendo a área, basta multiplicar pela altura. Se tiver uns 40cm, fica: $0,785 \times 0,40 = 0,314\text{m}^3$ que equivale a 314 litros. Para saber o volume de recipientes quadrados e retangulares: Também é necessário multiplicar a área pela altura. A fórmula da área de superfícies quadradas e retangulares é: lado a x lado b. Para um recipiente com uma lateral medindo 90cm e outra lateral 110cm e a altura com 40cm, basta fazer: $0,90 \times 1,10 = 0,99\text{m}^2 = \text{área}$ Tendo a área, basta multiplicar pela altura. Se tiver 40cm, fica: $0,99 \times 0,40 = 0,396\text{m}^3$ que equivale a 396 litros. PS: Percebe-se que, mesmo com medidas parecidas, o

	recipiente retangular comporta mais água que o circular
Veado Campeiro	Primeiramente, calcular a profundidade média do lago e a altura do nível da água. Depois calculando a circunferência média do lago. Sendo necessário considerar o nível de água quando o lago está cheio e quando está mais seco. Sendo que boa parte dessas informações está no <i>site</i> da ANA.

Fonte: da própria pesquisa

Analisando as respostas, percebe-se que a maioria dos alunos compreendem a necessidade de possuir três medidas distintas do lago (comprimento, largura e profundidade) e multiplicá-las para calcular-se o volume de elementos retangulares ou quadrados. Alguns apresentaram também o modelo de cálculo de volume para sólidos cilíndricos e fizeram assimilação com objetos 3D.

Os alunos Tucano e Capivara, chegaram a apresentar exemplos de cálculos de volume com valores fictícios, entretanto, a aluna Capivara confundiu-se nos cálculos ao multiplicar quatro valores para encontrar o volume em metros cúbicos e o aluno Tucano apresentou uma resposta plagiada do *site* “vida de aquarista”, que pode ser acessada pelo link: <<https://vidadeaquarista.forumeiros.com/t1255-como-calculer-o-volume-de-um-lago-circular-retangular-e-formato-irregular>>.

A aluna Cajuzinho do Cerrado e Veado Campeiro equivocaram-se ao responder que para encontrar o volume de água do lago seria necessário o perímetro ou circunferência do lago. A aluna “Koellensteinia” também se enganou ao declarar que o volume se obtém somente com o cálculo da área.

Os alunos “Capivara”, “Margarida” e “Veado Campeiro”, reconhecem a necessidade de obter-se a profundidade média do lago, ou seja, conseguiram visualizar a irregularidade do fundo do lago que altera a quantidade de água.

O aluno Veado Campeiro traz em sua resposta a sigla ANA, que significa Agência Nacional de Águas, um órgão do governo federal que apresenta um panorama geral das águas de lagos, rios, riachos, entre outros corpos d’água brasileiros e que talvez possa possuir informações técnicas cadastradas sobre o lago municipal de Mineiros, como por exemplo, o seu volume de água e dimensões.

Destaca-se a resposta da aluna “Onça pintada” que propôs um modelo de solução diferente dos colegas, sugerindo que a quantificação de água do lago poderia ser feita registrando o seu enchimento. Apesar do método ser inviável, devido as complicações de esvaziamento e enchimento do lago, a proposta de solução é correta e alcançaria o resultado.

Partindo para a quarta e última indagação do “questionário 2”, foi perguntado aos participantes da pesquisa: **“4- Quais são os fatores que interferem na quantidade de água do lago? (Nós sabemos que a quantidade da água presente no lago não é a mesma**

durante todo o ano. Nesta pergunta, aponte quais são os fatores que irão afetar/modificar a quantidade de água no lago)”.

Com esta pergunta pretendeu-se complementar a pergunta nº3, que indagava sobre a quantidade de água no lago. Ao questionar os fatores que interferem na quantidade de água do lago, o aluno amplia sua visão para as variáveis e constantes envolvidas no problema do volume de água do lago. Abaixo o quadro com respostas individuais dos participantes.

Quadro 08 – Respostas coletadas na pergunta 4 do Questionário 2

RESPOSTAS COLETADAS NA PERGUNTA Nº 4 DO “QUESTIONÁRIO 2”	
Aluno (pseudônimo)	Resposta
Cajuzinho do Cerrado	As estações podem interferir, como por exemplo nos meses de janeiro temos bastante chuva e em julho não temos. Mas também temos questão dos cuidados.
Caliandra	O ambiente estando seco ou úmido, chuvas ...
Caliandra Rosa	Fatores climáticos, quando há muita chuva em certos períodos do ano ou devido à localidade da região, direção dos ventos que podem causar o escoamento mais rápido, tudo isso influencia na quantidade de água do lago.
Capivara	Muita chuva ou pouca chuva ou na época da seca ou quando as pessoas vão pegar água no caminhão e estar na época da seca
Coquinho azedo (butiá)	A evaporação da água, o escoamento da água pela barragem que se encontra no mesmo e a absorção da água pelo solo.
Coruja	A chuva.
Flamboyant	Depende da época do ano pois há períodos com menor quantidade de água devido à falta de chuva.
Gabiroba	Eu penso que o que altera a quantidade de água no lago são as chuvas. Na época da seca, ele fica com pouca água.
Koellensteinia	Chuvas frequentes e o tempo seco. (Mudanças climáticas)
Margarida	Um dos fatores que afeta na quantidade de água presente no lago é a seca, quando a falta de água no lago pode ser muito alta. E a época de chuva onde a um maior volume de água.
Onça Parda	Por que em uma época chove e aumenta os níveis de água, em outra é seca e sol, então diminuiu os níveis da água
Onça Pintada	O clima e o desmatamento ao redor.
Tucano	Pode ser por causa da temperatura ou mal cuidado com o lago
Veado Campeiro	A quantidade de água que entra pelo riacho e pelas chuvas na bacia hidrográfica do lago; a quantidade de água que sai.

Fonte: da própria pesquisa

Nas respostas observa-se que grande parte dos alunos indicaram que a alteração no volume de água do lago advém das mudanças climáticas, principalmente relacionadas as alterações de frequência de chuvas durante o ano. Outros alunos apontam fatores de limpeza e preservação ambiental.

A aluna “Caliandra Rosa” destacou a alteração da água por conta dos ventos e do escoamento, o que pode representar o seu conhecimento em relação à declividade acentuada das margens do lago, o que pode gerar o acúmulo de água no local.

O aluno “Coquinho Azedo” aponta em sua resposta o fator de evaporação da água, que indicia sua compreensão sobre a alteração do estado físico da água (sólido, líquido, gasoso) e também relata o fator de absorção da água no solo e do escoamento de água através da barragem, fator também comentado pelo aluno Veado Campeiro, ou seja, estes alunos conseguiram apresentar situações importantes que afetam na quantidade de água do lago.

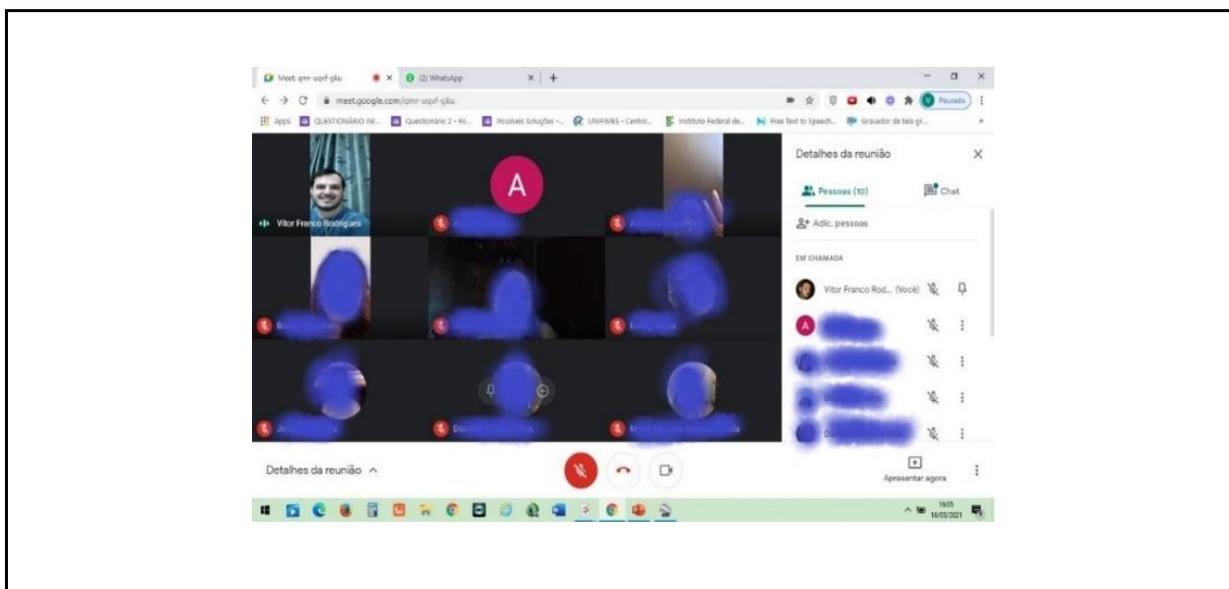
De forma geral as respostas coletadas no “questionário 2” permitiram vislumbrar o alcance individual de compreensão dos alunos sobre o lago e sobre como calcular o volume de um elemento irregular como o lago.

5.5 Primeiro encontro virtual - análise de dados e formulação de modelos.

Neste subtópico descreve-se como ocorreu a primeira aula virtual online. Nesta aula o objetivo principal foi analisar os dados coletados pelos alunos através das suas observações individuais sobre o lago e os registros feitos no Questionário 2. A partir da análise dos dados e do diálogo em grupo durante a aula, foram formulados os modelos matemáticos de solução aos casos problemas levantados.

No dia 16/03/2021 às 14:30 horas abriu-se a sala virtual no Google Meet® e o professor pesquisador disponibilizou o link de acesso aos alunos do grupo de pesquisa. Nove (9) alunos acessaram o link e participaram da aula, em alguns momentos dois alunos saíram da sala e voltaram posteriormente, por motivos desconhecidos.

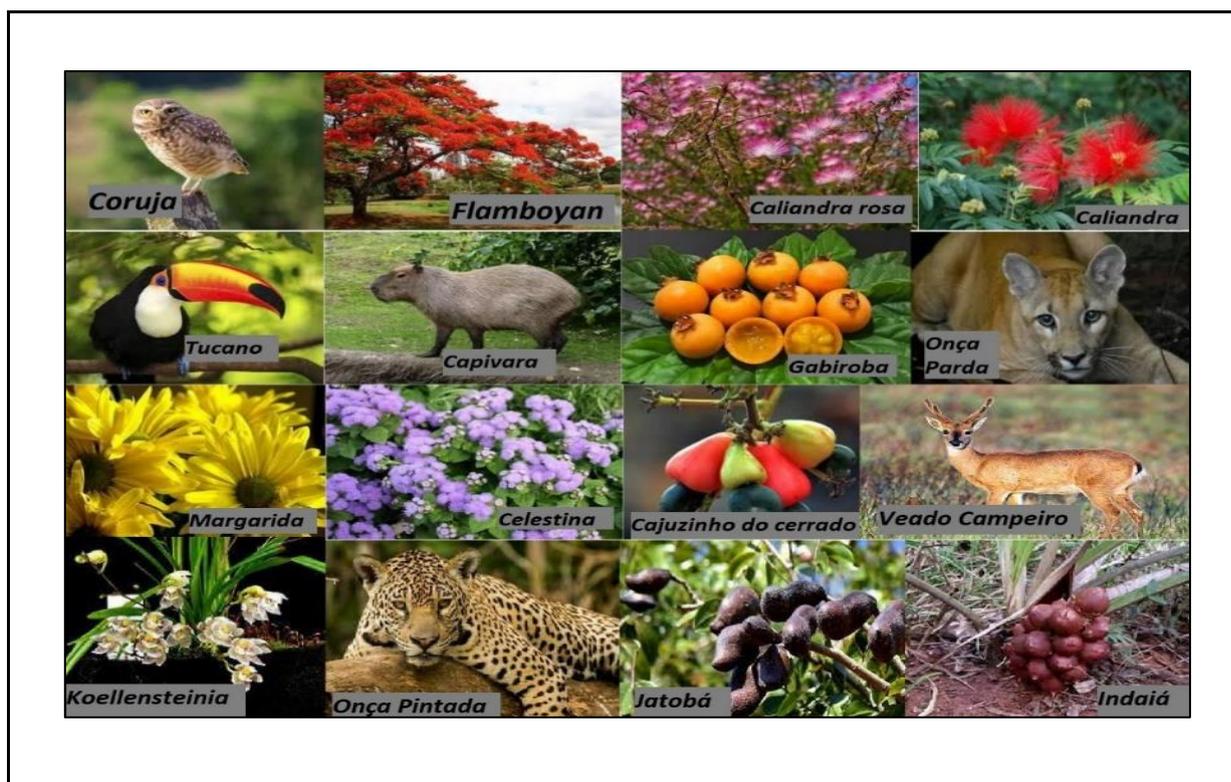
Figura 07 – Aula remota síncrona



Fonte: da própria pesquisa

Na aula, primeiramente o pesquisador agradeceu a presença dos alunos e apresentou uma colagem de fotografias dos animais e plantas que eles escolheram como seus pseudônimos para o projeto. O professor pesquisador destacou a importância de valorizar o Cerrado, bioma predominante da região Centro-Oeste e que é relevante os alunos e comunidade geral reconhecerem a rica e exuberante fauna e flora onde vivem.

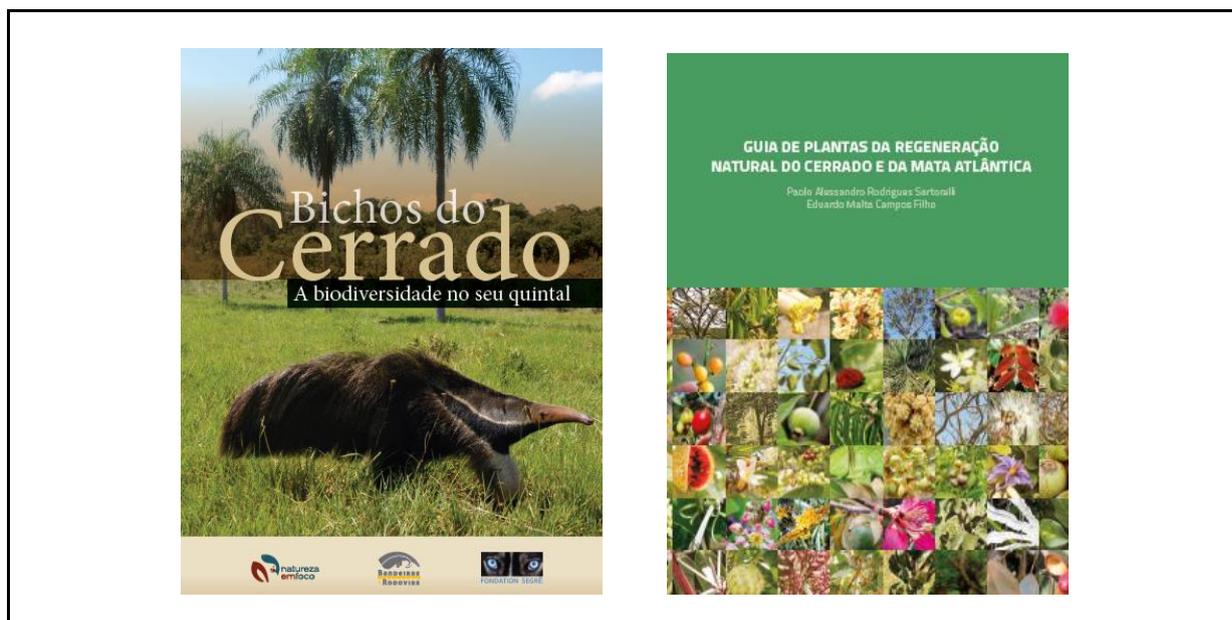
Figura 08 – Montagem nomes da fauna e flora do cerrado



Fonte: da própria pesquisa

Para enriquecimento cultural foi apresentado aos alunos dois livros que retratam o bioma do cerrado brasileiro: “Bichos do Cerrado: a biodiversidade no seu quintal”, dos autores Vinicius Alberici; Andréia Nasser Figueiredo, Mariana Catapani, Arnaud Desbiez (2020), e o livro “Guia de plantas da regeneração natural do Cerrado”, dos autores Paolo Alessandro Rodrigues Sartorelli e Eduardo Malta Campos Filho (2017).

Figura 09 – Capa dos livros sobre fauna e flora do cerrado



Fonte: da própria pesquisa

Em sequência, o pesquisador expôs aos alunos os slides com o resumo das respostas coletadas no “Questionário 2”, comentando os pontos de destaque e indagando constantemente a opinião deles a respeito de cada item observado no lago para que houvesse um diálogo conjunto. O objetivo nesta fase da pesquisa foi desenvolver a partir das respostas individuais dos alunos, um modelo único de solução para cada pergunta/problema levantado e transcrevê-lo em termos matemáticos para posteriormente validá-los.

5.5.1 Quantidade de água no lago – Formulando o modelo

Uma das perguntas levantadas no questionário foi referente a quantidade de água existente no lago e as possíveis formas de cálculo. Após o pesquisador apresentar anonimamente as respostas coletadas no “Questionário 2”, os alunos perceberam que para encontrar a volume de água (V_a) era necessário obter-se três medidas: Largura (L), Comprimento (C) e Profundidade (H) e multiplicá-los.

$$V_a = (L * C * H)$$

Logo, o grupo compreendeu que a Largura (L) multiplicada pelo Comprimento (C), resultaria na Área superficial (A_s) do lago.

$$As = (L * C)$$

Ou seja,

$$Va = (As * H)$$

O lago municipal de Mineiros possui formato irregular de suas margens, perante essa realidade local, o pesquisador indagou os alunos:

— Se o formato do lago é irregular, como poderemos calcular a sua Área Superficial (As)?

Rapidamente a aluna “Caliandra Rosa” comentou:

— Eu acho, professor, que temos que dividir o lago em figuras geométricas que conhecemos e fazer o cálculo da área.

O pesquisador novamente indagou:

— Quais são os cálculos de áreas que vocês conhecem?

Nesse momento surgiram falas como:

— Do quadrado é lado vezes lado;

— Do quadrado e do retângulo eu lembro professor;

— Se for um círculo tem que ter o raio”

— Do triângulo é base vezes a altura, dividido por dois”, entre outras falas.

Após as falas dos alunos sobre as fórmulas de áreas de figuras geométricas que conheciam, o pesquisador guiou a discussão do grupo solicitando para que eles pensassem sobre uma expressão matemática que traduzisse a fala da “Caliandra Rosa”, ou seja, como poderia ser expressado matematicamente a somatória de várias áreas de formas geométricas conhecidas? Rapidamente dois alunos responderam:

—Basta somar as áreas de cada figura geométrica que foi desenhada sobre o lago, formando uma expressão com várias somas.

O pesquisador então perguntou:

—Mas nós sabemos quantas figuras geométricas serão desenhadas sobre o lago, de forma que abranja toda a sua área alagada?

Uma aluna respondeu:

— Acho que com dois ou três triângulos.

O pesquisador perguntou:

—Todos concordam com a colega?

Logo outro aluno falou:

— Imagino professor, que possam ser feitas mais algumas formas geométricas,

porque o lago tem umas pontas irregulares na margem, então será necessário desenhar mais alguns triângulos, ou quadrados.

O pesquisador continuou com a problemática indagando:

— Se não temos um número exato de figuras geométricas que iremos utilizar para a elaboração da expressão matemática, existe alguma forma de substituir esse número desconhecido?

Rapidamente um aluno exclamou:

— É só usar o X no lugar!

Outro aluno completou:

— A expressão será então a soma de X figuras geométricas.

O pesquisador então continuou:

— Isso mesmo, utilizaremos uma letra, uma incógnita, para representar quantas figuras geométricas serão desenhadas. Mas é obrigatório utilizar a letra X?

Logo uma aluna com tom irônico respondeu:

— Lógico que não professor, pode ser qualquer letra né.

O pesquisador indagou se os alunos conheciam algum símbolo que pudesse representar a somatória de vários números. Nenhum aluno manifestou no momento e o pesquisador apresentou a letra grega sigma Σ , que é utilizado em expressões matemáticas para representar o somatório de vários elementos. Após o pesquisador apresentar o sigma Σ , um aluno falou:

— Eu conheço esse símbolo, já usamos eles em algumas aulas.

O pesquisador continuou explicando sobre o uso do sigma Σ e os limites de cálculo que podem ser empregados a expressão. Com direcionamento do pesquisador, o grupo compreendeu que o cálculo da Área superficial (A_s) do lago, poderia ser encontrado por meio da somatória de várias áreas de formas geométricas conhecidas (A_g). Dessa maneira, a expressão foi formulada coletivamente com auxílio e direcionamento do pesquisador:

$$A_s = \sum_{n=1}^n A_{g_n}$$

Como o objetivo era encontrar o Volume de água (V_a), os alunos rapidamente expressaram a necessidade de multiplicar-se a Área superficial (A_s) do lago pela profundidade (H), encontrando assim o Volume de água (V_a).

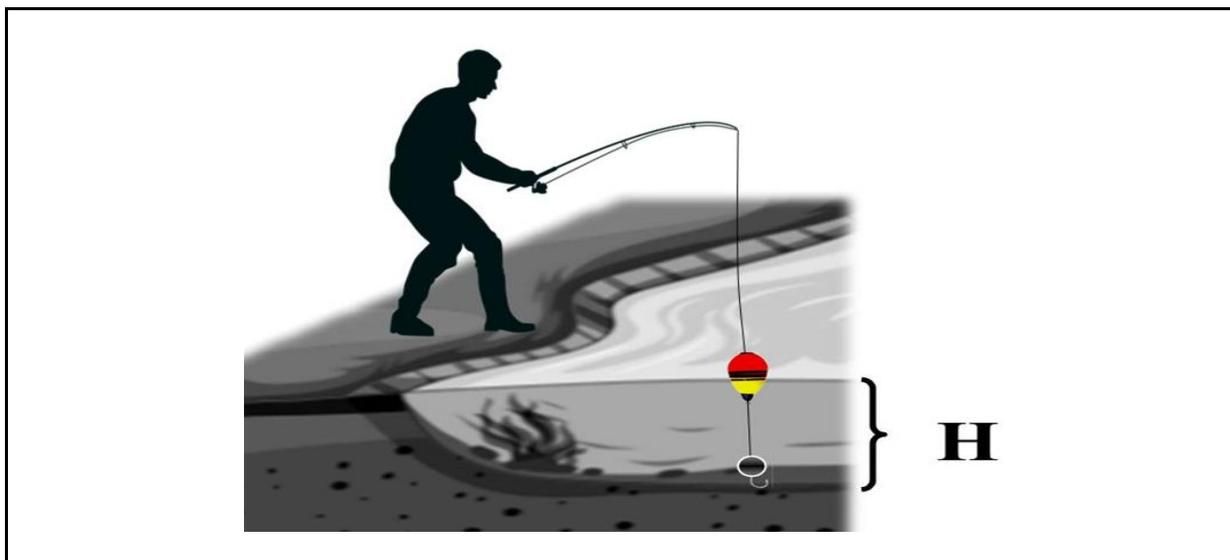
$$Va = \left[\left(\sum_{n=1}^n Ag_n \right) * H \right]$$

O pesquisador lembrou as respostas dos alunos “Capivara”, “Margarida” e “Veado Campeiro”, que perceberam que a Profundidade (H) do lago era irregular. O leito do lago não possui a mesma profundidade em toda a sua extensão, devido a fatores construtivos, a própria movimentação da água que carrega consigo partículas e também a deposição de sedimento no fundo do lago.

Perante essa problemática da irregularidade da Profundidade (H) do lago o pesquisador indagou: “já que o fundo do lago é irregular, como poderíamos fazer para encontrar a medida da profundidade H e utilizá-la na fórmula do Volume de água (Va)?”. Nesse momento alguns alunos falaram: “não sei”; “Acho que tem que medir várias vezes e tirar a média”; “é só entrar no lago e verificar a profundidade, lá não é muito fundo já vi algumas pessoas tomando banho lá”.

Nesse momento o pesquisador interveio nos comentários explicando: “além de ser perigoso, entrar no lago não é permitido. Existiria alguma forma de verificar a profundidade do lago sem ter que entrar dentro da água?”. O aluno “Coquinho Azedo”, se manifestou neste momento falando que costuma pescar com seu pai e que quando querem saber a profundidade do rio, eles jogam uma linha de anzol com a vara de pescar no meio do rio, na ponta do anzol coloca-se um chumbo (peso) que irá para o fundo do rio e uma boia de isopor solta junto a linha que irá flutuar, dessa maneira a distância entre a ponta da linha e a boia é a profundidade do rio (Figura 10).

Figura 10 –Verificação de profundidade com vara de pesca



Fonte: da própria pesquisa

O pesquisador parabenizou o aluno “Coquinho Azedo” pelo seu comentário, pois baseando-se na própria experiência vivida ele conseguiu visualizar uma maneira de verificar a profundidade do lago, de forma segura e eficiente. Caso as aulas estivessem ocorrendo presencialmente, o grupo poderia facilmente testar o modelo de medição de profundidade exposto pelo aluno.

O professor pesquisador informou que existem também equipamentos que permitem verificar a profundidade de rios, lagos e oceanos, sem a necessidade de entrar na água. Esses equipamentos são chamados de Ecobatímetros, que ao serem colocados na água emitem um sinal acústico que geram ondas sonoras. Cronometrando-se o tempo que a onda sonora leva para encontrar o leito e ecoar novamente ao aparelho, permite-se mapear o leito dos rios, lagos ou oceanos através da intensidade dos impulsos sonoros que recuam ao aparelho.

A partir das falas dos alunos sobre a forma de encontrar a Profundidade (H) do lago, ficou definido que era necessário aferir em diferentes locais (k) a Profundidade (H) do lago e realizar uma média aritmética com os valores encontrados, resultando em uma Profundidade Média (H_m). Quanto mais locais (k) forem verificados, mais exato será o resultado da Profundidade Média. Conjectura-se em linguagem matemática a seguinte fórmula:

$$H_m = \frac{\sum H_k}{k}$$

Dessa maneira é possível unificar as fórmulas do Volume de Água:

$$Va = \left[\left(\sum_{n=1}^n Ag_n \right) * \frac{\sum H_k}{k} \right]$$

Onde:

- V_a = Volume de água
- A_g = Área da figura geométrica conhecida
- n = Número de figuras geométricas utilizadas
- H = Profundidade medida
- k = Número de profundidades medidas

É importante destacar que todo o processo de formulação das expressões foi desenvolvido em conjunto com os alunos participantes da aula remota. Durante todo o processo construtivo o direcionamento do pesquisador foi fundamental para a concretização da expressão. O pesquisador constantemente conduziu a conversa com questionamentos, falas instrutivas e indagações ao grupo que levassem os alunos a refletirem, dialogarem e expressarem suas ideias na aula. Nem todos os alunos abriram o microfone e expressaram suas opiniões/ideias, já outros, participaram bastante, comunicando firmemente durante a aula. É necessário neste momento de direcionamento que o professor/pesquisador aplicador conheça seus alunos, levando a motivá-los a falar e expressar suas considerações durante a aula.

Outra questão problema levantada no “Questionário 2” foi referente a variação no volume da água do lago. Foi pedido aos alunos que descrevessem quais eram os fatores que poderiam alterar a quantidade de água do lago durante o ano. O objetivo desta pergunta era ampliar a visão dos alunos sobre a questão anterior que abordava o volume da água do lago.

Ao analisar as respostas coletadas no “Questionário 2” junto com todos os alunos, o pesquisador perguntou: “quais seriam os fatores constantes e variáveis que modificam o volume da água no lago?”. Nesse momento nenhum aluno se manifestou, talvez devido ao medo em “errar” ao darem a resposta ou talvez por não compreenderem os termos: constantes e variáveis.

O professor esclareceu que fatores constantes são aqueles que ocorrem durante todo momento e que não se modificam com o tempo, e os fatores variáveis ocorrem excepcionalmente e de formas diferentes. Novamente o pesquisador indagou: “você falaram

que a chuva modifica a quantidade de água no lago, a chuva é um fator constante ou variável?”, logo três alunos responderam “variável”; “variável porque não chove o ano todo”; “variável, a chuva não é igual todas as vezes”. O pesquisador continuou: “além da chuva, quais outros fatores são variáveis?”, alguns responderam “a quantidade de água que evapora”, “a quantidade de água que entra pelo córrego”.

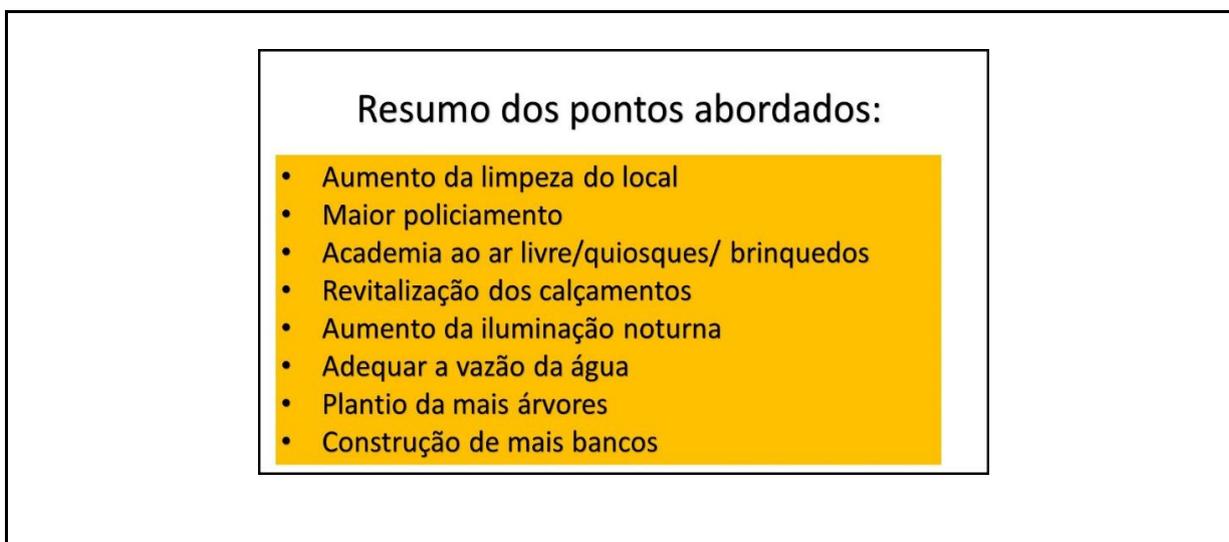
O grupo então chegou à conclusão que existem muitas variáveis que alteram a quantidade de água no lago, como: as chuvas, a evaporação, a nascente de água, a penetração de água no solo. Foi possível verificar também que os fatores constantes eram mínimos ou inexistentes, pois a maioria dos fatores que alteram a quantidade de água no lago, advém de fenômenos naturais que não possuem uma constância exata.

A partir desta análise da variação de água do lago o grupo conseguiu compreender que a aplicação da fórmula do Volume de água (V_a), somente reflete uma quantidade de água momentânea, pois esta fórmula não abrange as variáveis que interferem no volume de água do lago durante todo o ano.

5.5.2 Melhorias no lago municipal

Além da questão do volume de água do lago, outras questões foram abordadas no Questionário 2, relacionadas ao estado de conservação do lago municipal. Os alunos apontaram os principais elementos que necessitam ser melhorados no lago.

Figura 11 – Resumo das melhorias do lago, apontadas pelos alunos



Fonte: da própria pesquisa

Foi explicado aos alunos que a partir dos pontos comuns que eles observaram sobre as possíveis melhorias que poderiam ser realizadas no lago Canto do Cerrado, o grupo¹⁵ iria projetar uma revitalização daquele espaço (2ª etapa do projeto), destacando as melhorias e propondo soluções viáveis para tornar o lago municipal um local mais agradável, seguro, ecologicamente correto e belo, podendo até mesmo voltar a ser um dos cartões postais da cidade.

O pesquisador esclareceu que para conseguir realizar o projeto de revitalização do lago municipal, era necessário: coletar os dados do lago, como por exemplo suas medidas, formas e elementos presentes; analisar os dados coletados e formular modelos de soluções; avaliar em grupo as ideias individuais e projetar em conjunto um único modelo de revitalização do lago; e finalmente socializar em comunidade.

Como o primeiro passo a ser realizado no projeto de revitalização era a coleta de informações do lago e estava-se vivenciando a pandemia do Novo Coronavírus e respeitando as seguranças sanitárias de isolamento social, não se poderia reunir para visitar o lago e retirar as informações no local. Como opção de solução a este impasse, foi apresentado aos alunos o programa Google Earth® (Google Terra) na versão para computador e *Notebook*. O professor pesquisador esclareceu que este programa exibe por um mosaico de imagens aéreas e de satélite a superfície terrestre, permitindo observar o relevo e retirar medidas da superfície. Os alunos expressaram interesse no programa e alguns declararam nunca ter utilizado o mesmo.

O professor pesquisador finalizou a aula remota agradecendo aos alunos pela presença e informando que iria encaminhar pelo grupo do WhatsApp® um vídeo instrutivo de como baixar e utilizar o programa Google Earth®, e retirar as informações necessárias do lago. Esta primeira aula remota síncrona teve a duração de 1 hora e 35 minutos e o número de alunos participantes variaram de sete (7) a nove (9).

Sobre a participação dos alunos na aula, inicialmente somente um ou dois alunos interagiram com o professor de forma espontânea, os demais mantinham-se em silêncio, provavelmente por estarem ainda tímidos, ou pouco à vontade para falarem. O pesquisador, então, buscou durante a aula perguntar diretamente a alguns alunos, indagando eles pelos nomes: “Fulano, o que você está achando do nosso projeto com o lago?”, “Beltrano, você tem alguma sugestão para melhorar nossas ideias?; “Ciclano, gostaria de complementar a ideia da colega?”, dessa maneira aos poucos os alunos foram abrindo o microfone e participando, muitas vezes com falas curtas ou monossilábicas: “sim!”, “estou gostando”, “está legal o

¹⁵ O termo “grupo” refere-se aos dezesseis (16) alunos que aceitaram participar do projeto e o pesquisador.

projeto”. Alguns alunos deixavam escrito no chat da sala suas opiniões.

No mesmo dia foi repassado o link: “https://www.youtube.com/watch?v=JEos03r_fw0&t=672s” do vídeo “Aula Google Earth® - Realizando medidas” (Figura 12), disponibilizado pelo YouTube® com duração de 26 minutos e 39 segundos.

Figura 12 – Vídeo aula sobre a instalação e funcionamento do Google Earth®



Fonte: da própria pesquisa

Neste vídeo o professor pesquisador orienta que a primeira informação que eles iriam coletar seriam as medidas para calcular a área de água do lago municipal. Nesta etapa o discente teria que traçar retas sobre as margens do lago, formando figuras geométricas planas conhecidas como: triângulo, retângulo, trapézio, quadrado ou qualquer outra forma geométrica que eles conhecessem. Com as medidas das laterais das formas geométricas desenhadas, eles iriam calcular a área de cada forma geométricas e somá-las de modo a apresentar a área total de água do lago.

O professor aplicador perguntou no grupo de WhatsApp® se os alunos haviam compreendido a primeira etapa da atividade e cinco alunos responderam por mensagem de texto que sim, os demais alunos não manifestaram. Uma aluna durante a aula, mandou uma mensagem de texto no chat do Google Meet®: “Professor, não estou podendo abrir meu microfone para falar pois estou no meu serviço agora, mas vou participar do projeto”. O pesquisador agradeceu a aluna e informou a todos na sala que caso tivessem dúvidas, ou comentários a serem acrescentados ao projeto, poderiam enviar mensagens ao grupo do WhatsApp® ou ao número pessoal do pesquisador no horário que pudessem.

Estipulou-se o prazo de oito (8) dias para realizar a atividade, ou seja, até dia

23/03/2021, e para encaminhar para o WhatsApp® pessoal do pesquisador o desenho das formas geométricas traçadas sobre o lago e os cálculos feitos para encontrar a área de água do lago. Foi informado que eles poderiam mandar mensagens ou no grupo ou no WhatsApp® pessoal do professor, caso tivessem dúvidas.

5.6 Desenvolvendo a primeira etapa do projeto de revitalização do lago

Durante o prazo estipulado, somente três alunos encaminharam as imagens das formas geométricas e os cálculos realizados. Um aluno entrou em contato com o pesquisador pelo WhatsApp® pessoal e informou que não possui computador/*notebook* e perguntou se teria como utilizar o Google Earth® pelo celular. A resposta foi sim, entretanto as ferramentas do programa na versão para celular são diferentes o funcionamento e que iria fazer um breve vídeo instrutivo de como utilizar o Google Earth® *online* no celular. O professor pesquisador enviou um vídeo instrutivo, com duração de 3 minutos e 27 segundos, diretamente no grupo do WhatsApp®, explicando que a retirada de informações do lago também poderia ser realizada pelo celular.

Como poucos alunos haviam feito a primeira etapa do levantamento de informações do lago municipal, o prazo foi prolongado por mais três dias (até dia 26/03/2021), e cobrado diariamente pelo grupo do WhatsApp® o desenvolvimento da atividade, resultando na devolutiva de nove (9) atividades. Agendou-se então com os alunos a próxima aula remota síncrona para dia 30/03/2021 às 15 horas.

5.6.1 Atividades recebidas da primeira etapa do projeto

Neste subtópico serão apresentadas as atividades desenvolvidas na primeira etapa do projeto, na qual o aluno foi desafiado a calcular a área de água do lago municipal de Mineiros-GO “Canto do Cerrado”, utilizando o programa Google Earth®, como fonte de informações sobre o lago, por meio das imagens de satélite e das ferramentas de medição presentes no programa.

Era esperado que os alunos utilizando o Google Earth® em seu celular ou computador, desenhassem sobre a área alagada do lago, algumas formas geométricas conhecidas e através das medidas de seus lados, realizassem cálculos e aplicassem fórmulas que resultassem na área total alagada do lago.

A primeira atividade recebida foi da aluna “Caliandra Rosa”, que encaminhou via

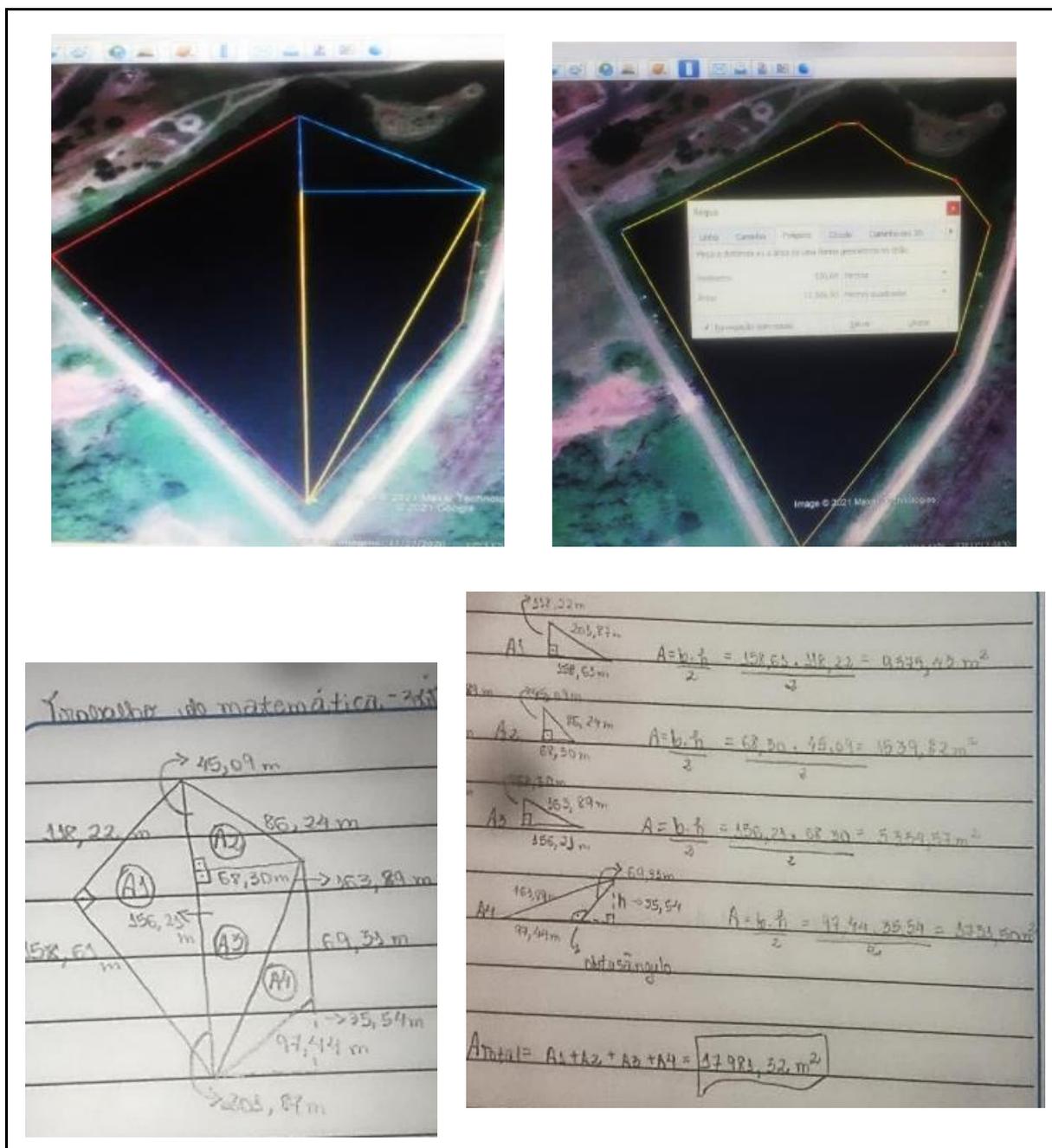
WhatsApp® as imagens da tela do seu computador (*print*) e fotos dos cálculos realizados à mão em seu caderno.

A aluna “Caliandra Rosa” desenhou sobre a imagem do lago quatro triângulos, sendo que três destes são triângulos retângulos e um obtusângulo. Observando a atividade da aluna foi possível perceber que ela reconhece a classificação dos triângulos conforme seus ângulos internos, deixando expresso em sua atividade que o triângulo nº 4 (Figura 13) se classifica como obtusângulo, devido possuir um ângulo interno maior que 90°.

A aluna empregou corretamente em seus cálculos a fórmula da área do triângulo ($A = \frac{b \cdot h}{2}$), em que b representa a dimensão da base do triângulo e h da altura do triângulo. No caso do triângulo obtusângulo a aluna fez um prolongamento (com linha tracejada) da base do triângulo para encontrar a altura do triângulo ao formar ângulo de 90°.

Nas mensagens enviadas juntamente com as fotos da atividade (Figura 13), a aluna “Caliandra Rosa” indagou se havia feito corretamente a atividade, pois percebeu uma diferença no tamanho da área encontrada em seus cálculos e da área remetida pelo programa por meio da ferramenta “área”, que requer somente que o usuário marque na imagem o seu perímetro (podendo ser de forma irregular) e através de um logaritmo o programa remete a área demarcada.

Figura 13 – Atividade da Aula “Caliandra Rosa”



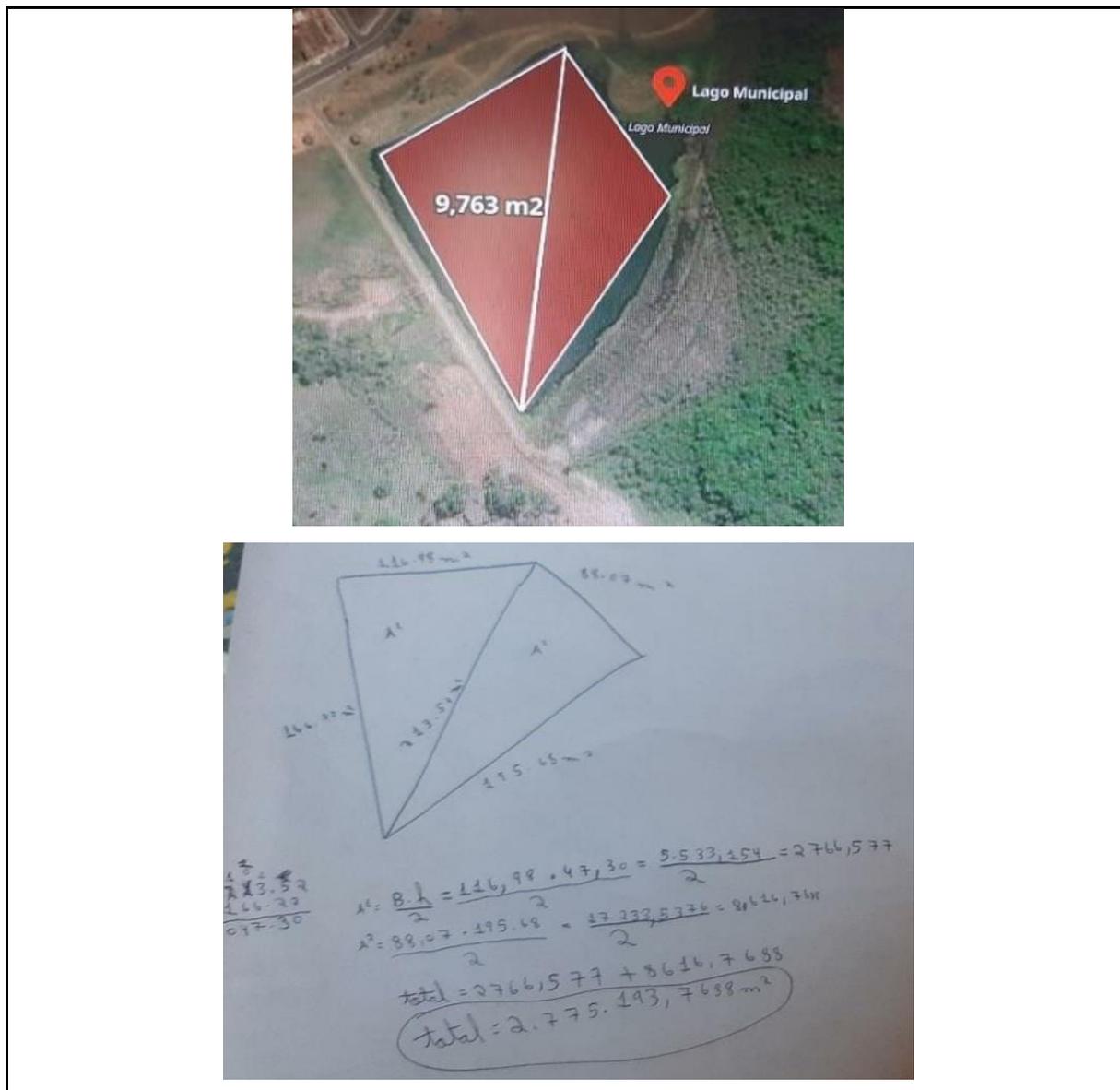
Fonte: da própria pesquisa

A somatória efetuada pela “Caliandra Rosa” das áreas dos triângulos resultou em $17.981,32 \text{ m}^2$ e a área encontrada por meio do programa resultou em $17.506,95 \text{ m}^2$, ou seja, uma diferença de $474,37 \text{ m}^2$, que representa $2,64\%$ em relação ao maior valor. O pesquisador informou a aluna que ela havia feito corretamente a atividade e que a diferença nas medidas das áreas surgiu devido ser impossível demarcar pontos exatos na imagem e que o programa não possui exatidão em suas medidas.

A próxima atividade recebida foi da aluna “Capivara” que também encaminhou o print

da tela do seu computador e a foto dos cálculos realizados a mão em uma folha sulfite (Figura 14).

Figura 14 – Atividade da aluna “Capivara”



Fonte: da própria pesquisa

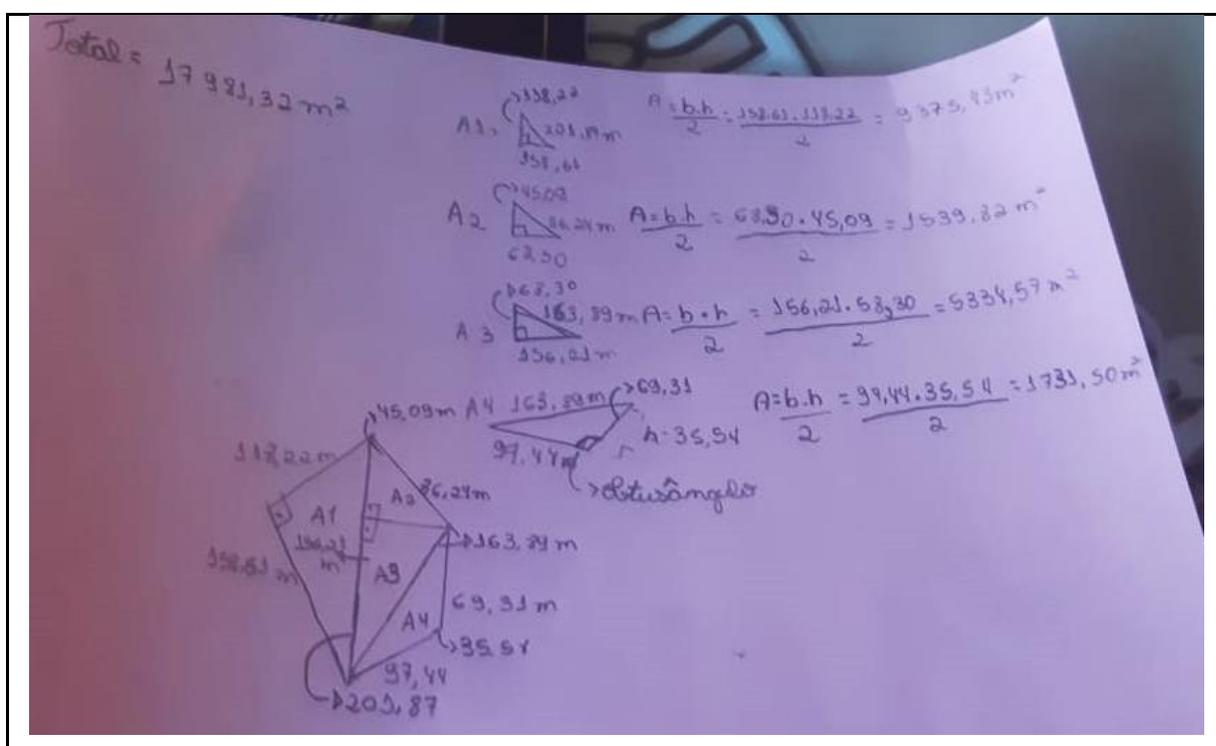
Nesta atividade observou-se primeiramente que a aluna “Capivara” utilizou a versão online do programa Google Earth®, nesta versão as ferramentas são reduzidas dificultando o desenvolvimento da atividade. A aluna utilizou a combinação de somente dois triângulos para calcular a área de água e desconsiderou algumas pequenas áreas fora da região dos triângulos.

Com relação aos cálculos enviados observou-se claramente que havia algum equívoco pois o valor encontrado da área (2.775.193,7688 m²) estava muito alto. Refazendo seus cálculos percebeu-se que a aluna “Capivara” se equivocou na somatória das duas áreas dos

triângulos. Ao montar seu cálculo a aluna desconsiderou erroneamente a vírgula que separa os números decimais do primeiro valor encontrado (2.766.577) e somou com o segundo valor (8.616,7688) resultando em uma área muito superior a real. Caso tivesse realizado corretamente a somatória a área encontrada seria de 11.383,346 m². Perante este acontecido o professor deve questionar e verificar a compreensão e domínio da aluna quanto aos números reais e a operação de números com vírgula, ou se foi somente um erro por distração.

A aluna “Koellensteinia” enviou via WhatsApp® somente a foto dos cálculos efetuados. Logo percebeu-se a total similaridade de sua atividade com a da aluna “Caliandra Rosa”, sem alteração em nenhum valor ou modelo de divisão da área de água do lago.

Figura 15 – Atividade da aluna “Koellensteinia”



Fonte: da própria pesquisa

Como ficou explícito que a atividade da aluna “Koellensteinia” é uma cópia da atividade da colega, é possível questionar se as duas alunas fizeram a atividade juntas ou se apenas copiou da colega. Caso tenha sido somente uma cópia, pode representar que a aluna “Koellensteinia” não se sentiu motivada em realizar a atividade por conta própria, e caso tenha encontrado alguma dificuldade na tarefa, preferiu não pedir ajuda ao professor/pesquisador e seguiu pelo caminho mais fácil e errado, ou seja, somente copiar a atividade pronta da colega, ou talvez, realizou a atividade em conjunto com a colega sem informar o pesquisador.

A aluna “Cajuzinho-do-Cerrado”, encaminhou a atividade em um arquivo formato PDF. Com a atividade toda digitada, a aluna apresentou organizadamente todos os cálculos e a imagem (*print*) do modelo de divisão da área do lago utilizando o programa Google Earth®.

Figura 16 – Atividade da aluna “Cajuzinho do Cerrado”

Cajuzinho-do-cerrado

<p>Area 1 – azul</p> <ul style="list-style-type: none"> • B= 86,65 • H= 158,22 • A= $b \cdot h / 2$ • A= 6.854,88 <p>Area 2 – vermelho</p> <ul style="list-style-type: none"> • B= 69,16 • H= 147,44 • A= $b \cdot h / 2$ • A= 5.098,47 <p>Area 3 – verde</p> <ul style="list-style-type: none"> • B= 76,88 • H= 126,38 • A= $b \cdot h / 2$ • A= 4.858,04 	<p>Area branca segundo o app google Earth</p> <p>A= 16.655</p> <p>Soma (aproximei o máximo da área dos triângulos)</p> <p>$6.854,88 + 5.098,47 + 4.858,04 = 16.811,39$</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



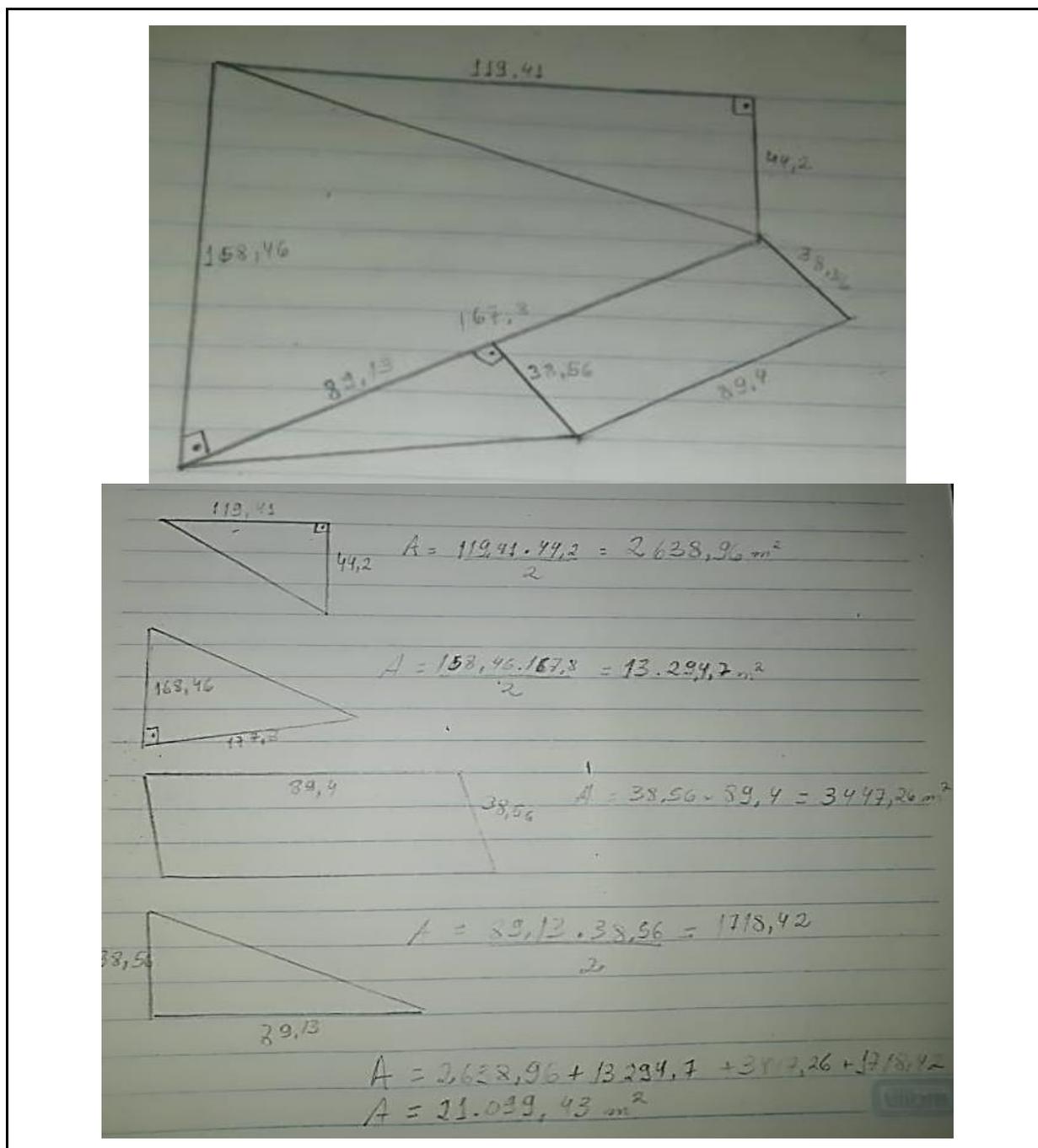
Fonte: da própria pesquisa

Observou-se que a aluna “Cajuzinho-do-Cerrado” também optou em empregar triângulos para calcular a área. Empregou também a fórmula ($A = \frac{b \cdot h}{2}$) nos três triângulos desenhados. Não é possível identificar em sua atividade quais são os valores de altura e base adotados e se realmente a aluna utilizou ângulos retos (90°) para retirar as medidas de altura.

A aluna em nenhum momento apontou qual unidade de medida utilizou para calcular a área, mas pode-se logicamente considerar que foi adotado metros quadrados (m^2). A aluna também apresenta a área resultante encontrada através do próprio aplicativo ($16.655 m^2$), permitindo compará-lo com o seu resultado calculado ($16.811,39 m^2$), apresentando uma diferença de $156,39 m^2$.

O aluno “Margarida” enviou pelo WhatsApp® somente a foto dos cálculos realizados no caderno. Em sua divisão da área do lago ele representou três triângulos e um retângulo e efetuou o cálculo de suas áreas.

Figura 17 – Atividade do aluno “Margarida”



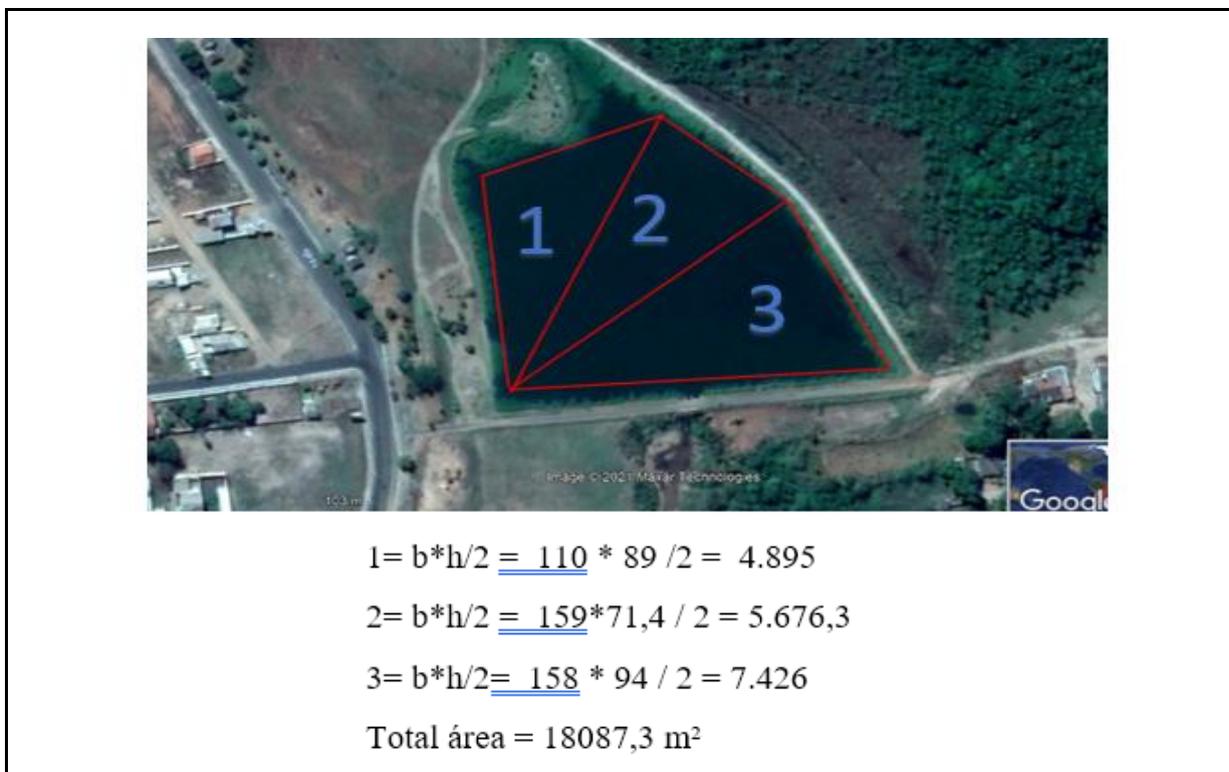
Fonte: da própria pesquisa

Apesar da foto da atividade ser de baixa resolução, verificou-se que foi empregada fórmulas da área do triângulo e do retângulo, porém é possível perceber pelo desenho do aluno que o “retângulo” não possui ângulos internos retos (90°), o que leva a imaginar que o aluno desenhou um paralelogramo e utilizou erroneamente a fórmula do retângulo, alterando assim a medida final da área encontrada que foi de $21.099,43 \text{ m}^2$.

A aluna “Gabirola” apresentou sua atividade em um documento formato doc. contendo a imagem printada da tela de seu computador durante o uso do programa Google

Earth® e os cálculos digitalizados.

Figura 18 – Atividade da aluna “Gabiroba”

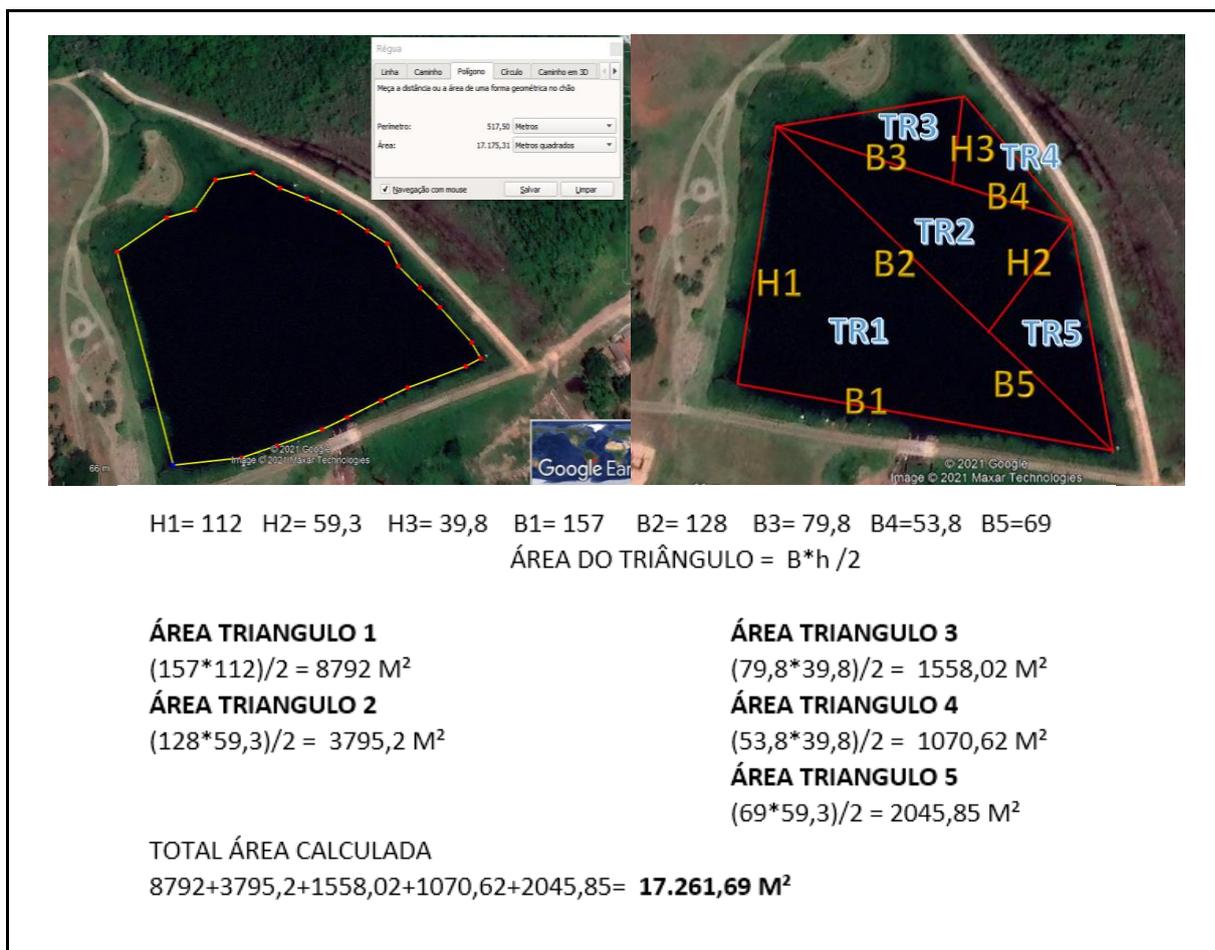


Fonte: da própria pesquisa

Observa-se na imagem, que a aluna “Gabiroba” repartiu a área alagada em três grandes triângulos e que em seus cálculos também empregou a fórmula da área $b \cdot h / 2$. Alguns dos triângulos desenhados aparentemente são acutângulos e, portanto, a medida relativa da altura necessitaria ser obtida por meio de um tracejado auxiliar que formaria um ângulo de 90° (ângulo reto) com a base do triângulo, sendo desconsiderado pela aluna por talvez desconhecer tal diferença. A medida final encontrada (18.087,3 m²) assemelha-se as demais atividades. O pesquisador informou a aluna via WhatsApp sobre o seu equívoco na utilização da fórmula da área do triângulo. A aluna comunicou ter entendido a correção e informou que enviaria a atividade corrigida, infelizmente, a aluna não retornou com a atividade reajustada.

A aluna “Onça Pintada” encaminhou por WhatsApp® a sua atividade de forma bem organizada em um documento desenvolvido no Word, com os prints da tela de seu computador e com os cálculos digitados.

Figura 19 – Atividade da aluna “Onça Pintada”



Fonte: da própria pesquisa

Em sua atividade a aluna optou em repartir a área de água em cinco triângulos aparentemente todos possuindo ângulos retos. Aplicou a fórmula da área e teve como resultado final o valor de 17.361,69 m². Comparando com a área obtida automaticamente pelo programa (17.175,31 m²), percebeu-se uma das menores variações de medidas, isso se deve a maior abrangência da área alagada por meio das figuras geométricas planas desenhadas pela aluna.

O aluno “Veado Campeiro” encaminhou por WhatsApp[®] as fotos de sua atividade desenvolvida no computador utilizando o Google Earth[®] e seus cálculos em folha sulfite.

Figura 20 – Atividade do aluno “Veado Campeiro”

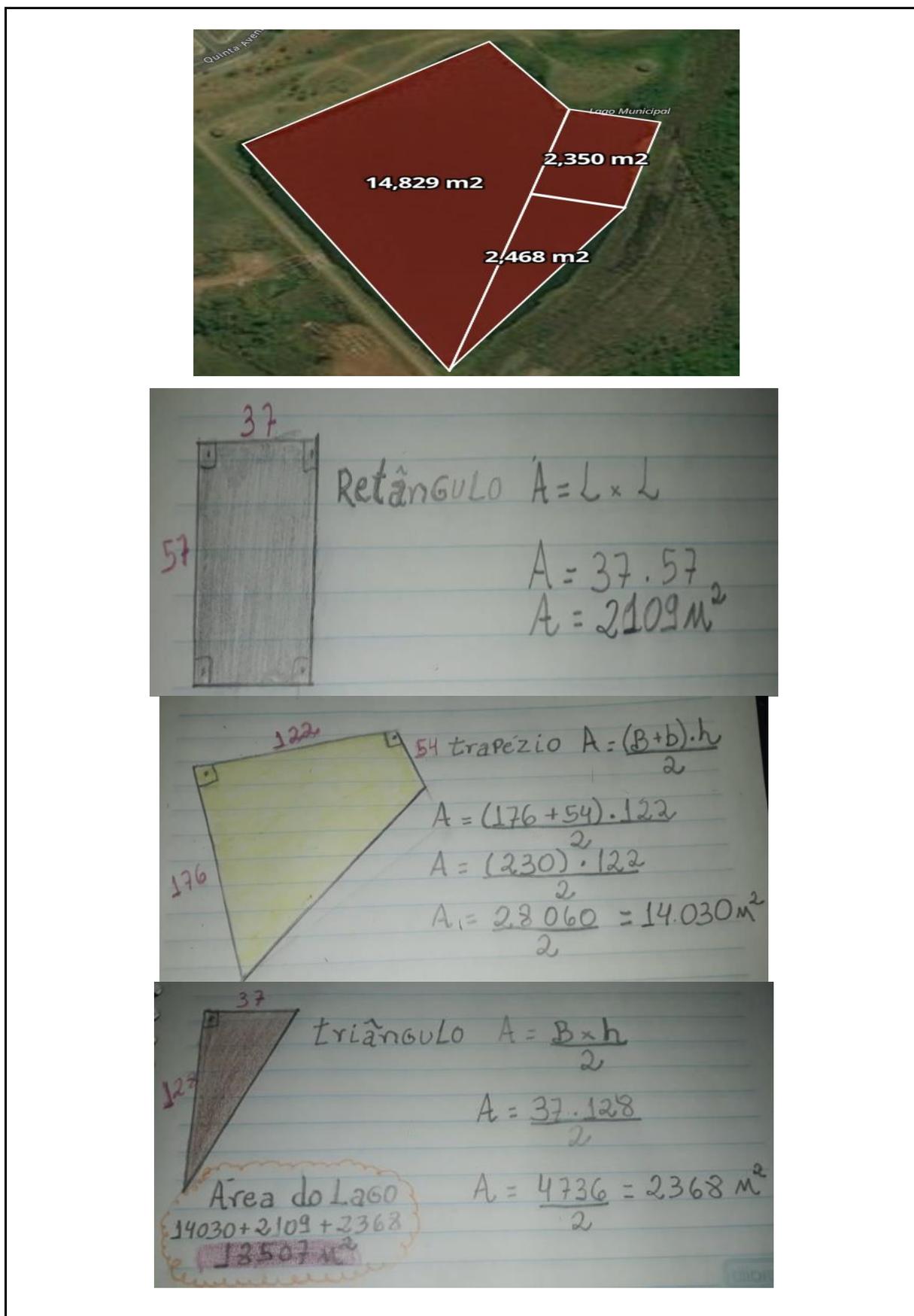


Fonte: da própria pesquisa

De maneira diferente dos colegas, o aluno “Veado Campeiro” repartiu a área do lago em dois retângulos e um triângulo. Apesar dos retângulos não possuírem ângulos totalmente retos, em seus cálculos verifica-se a correta aplicação das fórmulas e execução das operações. O valor encontrado da área foi de 16.121,975 m², valor um pouco inferior do estimado real, devido o aluno ter desconsiderado a área de formato irregular na parte superior da imagem.

Por fim, apresenta-se a atividade desenvolvida pelo aluno “Jatobá”. O aluno declarou nas mensagens enviadas via WhatsApp®, juntamente com as fotos da atividade desenvolvida, que utilizou a versão para celular do programa “Google Earth®” e que teve dificuldades em retirar as medidas através do programa, pois a ferramenta era de difícil manuseio e que as medidas das linhas traçadas eram somadas uma à outra, sendo necessário anotar em um rascunho cada medida retirada.

Figura 21 – Atividade do aluno “Jatobá”



Fonte: da própria pesquisa

O aluno também informou que a área calculada através das formas geométricas ficou diferente da área obtida por meio do programa, que tentou aproximar ao máximo. A medida da área encontrada por meio dos seus cálculos foi de 18.507,00 m², já do programa remeteu a uma medida de 19.647,00 m².

As atividades recebidas revelam que os alunos compreenderam a tarefa proposta e que utilizaram principalmente triângulos, retângulos e trapézios para calcular a área superficial do lago. Nota-se que nenhum aluno recorreu a figuras geométricas circulares, apesar de uma das margens do lago possuir o formato arredondado, talvez por desconhecer as formulas ou não saber aplica-las no caso em estudo.

Os demais alunos não entregaram a atividade, apesar das inúmeras cobranças e incentivos do pesquisador. Ao questioná-los sobre o não envio da atividade, as respostas alegavam principalmente o esquecimento, seguido pela falta de tempo para executar a atividade, por conta do acúmulo de tarefas e avaliações das disciplinas obrigatórias.

É notório que as aulas remotas, fora do horário regular, dificultaram o acesso aos alunos. Outro fator que interfere é a inexistência de obrigatoriedade na entrega, ação atípica da realidade dos alunos, que são comumente recompensados com notas a cada atividade entregue. Este cenário poderia ser diferente caso esta pesquisa ocorresse de forma presencial, pois facilitaria a comunicação e motivação dos alunos em realizar as tarefas.

5.7 Segundo encontro virtual

No dia 30/03/2021 às 15 horas, ocorreu a segunda aula síncrona remota na sala virtual do Google Meet[®]. No início da aula estavam presentes cinco (5) alunos, aumentando o número para nove (9) até o final da aula. É importante destacar que destes nove (9) alunos presentes na aula, sete (7) eram os mesmos alunos que participaram da primeira aula remota síncrona, os outros dois (2) ainda não haviam participado de nenhuma aula, tão pouco entregue a primeira atividade. Neste dia foi apresentado aos alunos os modelos de como foram calculadas as áreas de água do lago pelos colegas que realizaram a atividade.

Os alunos observaram e comentaram que o valor encontrado da área teve uma grande variação de uma atividade para outra e que as formas geométricas escolhidas foram principalmente o triângulo e o retângulo e alguns declararam achar criativa a colega que desenhou a forma de um trapézio para representar a área em estudo, por ser uma forma geométrica pouco usual.

O professor pesquisador informou que o programa Google Earth® não consegue trazer dados precisos das medidas e que qualquer pequena variação na marcação dos pontos que constituem as retas das formas geométricas iria alterar o resultado da medida da área, além de que o programa informa que a sua precisão na marcação de pontos pode variar em até 20 metros.

Observando a grande variação nas medidas da área feita pelos alunos, o grupo concluiu que utilizar o programa Google Earth® na retirada de medidas não transcreve a realidade por não possuir precisão, que seria necessário ir a campo para obter-se medidas exatas, entretanto, para realizar um levantamento prévio ou um pré-projeto o programa satisfaz as necessidades, ainda mais quando não se é possível ir *in loco*.

Após a comparação dos resultados da área de água do lago, os alunos comentaram o que mais eles observaram e retiraram de informações no lago por meio da observação nas imagens de satélite e das próprias lembranças de visitas já feitas ao lago. Foi perceptível o reavivamento das lembranças dos alunos ao visualizarem as imagens de satélite da região do lago e recordarem os tamanhos, formas, dimensões, e objetos presentes no local, o que destaca a importância da visualização para a aprendizagem de Geometria aos alunos videntes.

Os alunos pontuaram a presença de quiosques na parte alta do lago, e lembraram que os mesmos já estão fechados há mais de dois anos, que quando foi inaugurado o lago, aqueles quiosques abriam a noite, servindo bebidas, porções e lanches, o que atraía mais pessoas para o local. Destacaram também a existência de um pequeno campo da areia e um parquinho infantil e que o mesmo está depredado e com poucos brinquedos funcionando. Lembraram também das passarelas existentes nas margens do lago, que atualmente possui muitos buracos e está precisando ser recapeada. Alguns alunos falaram da presença de poucas árvores e alguns precários bancos espalhados no gramado e a baixa iluminação noturna que deixa o local perigoso e sem segurança.

5.7.1 Explicando a segunda parte do projeto

Após o pesquisador escutar os alunos em suas observações feitas sobre o lago, foi proposto iniciar o projeto de revitalização do lago com o plantio de mais árvores, a colocação de equipamentos de ginástica, o monitoramento por câmeras de vigilância, a distribuição de novos bancos e um melhor sistema de iluminação noturna. Para que os alunos conseguissem fazer a distribuição dos elementos, teriam que calcular todas as áreas que margeiam o lago, a orla do lago, utilizando novamente o Google Earth® e descobrindo também qual a área de

ocupação de cada elemento acrescentado.

Alguns alunos demonstraram empolgação, escrevendo no chat comentários como “que legal”, “vai ficar lindo o lago”. O pesquisador informou a eles que encaminharia no grupo do WhatsApp® uma lista de árvores¹⁶, todas típicas do cerrado, com suas dimensões de ocupação máxima quando alcançam sua fase adulta. Uma lista de equipamentos de ginástica a céu aberto, também com as dimensões de ocupação. Uma lista de câmeras de vigilância com o alcance de visão. Um modelo de poste de iluminação externo com a potência de iluminância e um modelo de banco da praça com suas dimensões.

Além destas listas, foi encaminhado também o desenho do lago municipal. Neste desenho as áreas que margeiam o lago foram repartidas em diferentes formas geométricas e apresentadas as dimensões laterais de cada forma. O aluno para conseguir mensurar as áreas teria que identificar as formas geométricas desenhadas e calcular a área de cada uma delas e assim distribuir os elementos conforme o espaço disponível.

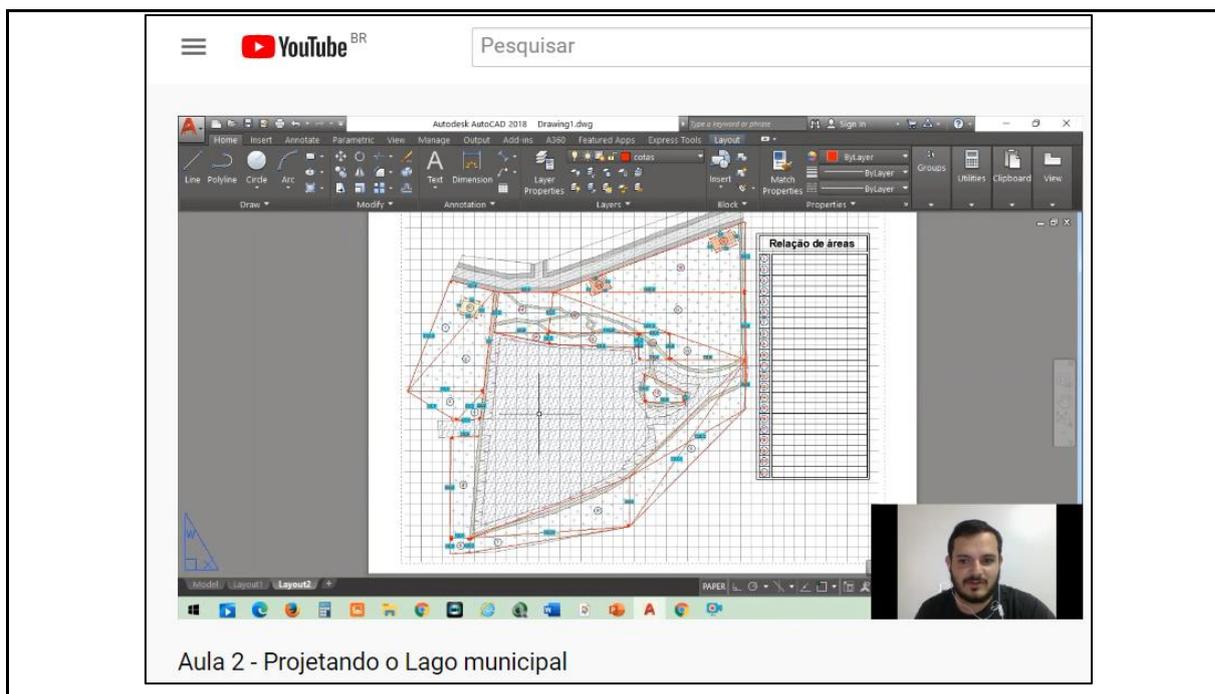
Ao final da aula o pesquisador perguntou aos alunos se compreenderam a próxima etapa da atividade. Duas alunas comentaram: “eu entendi, mas não sei ainda como vou fazer isso”; “acho que vai demorar pra fazer isso professor, é muita coisa”. O pesquisador acalmou os alunos explicando que iria auxiliar eles a desenvolver a atividade e que eles poderiam encaminhar mensagens ao seu WhatsApp® nos momentos de dúvida e que o prazo para realizar a atividade seria de duas semanas, ou seja, para dia 13/04/2021, o mesmo dia marcado para a próxima aula remota síncrona a qual objetivou observar o modelo de revitalização que cada aluno fez, avaliar em conjunto as propostas de solução a formulação de um modelo único para socialização. A aula 2 síncrona teve duração de 1 hora e 25 minutos.

5.8 Desenvolvimento da segunda etapa do projeto de revitalização do lago

Como foram muitas informações repassadas nesta aula remota síncrona e alguns dos alunos não participaram da aula, despertou no pesquisador a necessidade de gravar um vídeo explicando esta segunda etapa da atividade. No vídeo é apresentado cada uma das listas de elementos que seriam agregados na orla do lago. O vídeo denominado “Aula 2- Projetando o Lago municipal” foi postado no YouTube® e tem duração de 20 minutos e 30 segundos e encaminhado o link <https://www.youtube.com/watch?v=4jWj17d4frk> ao grupo do WhatsApp® (Figura 22).

¹⁶ A lista de árvores sugerida não considerou questões de paisagismo, adequação de espécies à região urbana, quanto ao porte, profundidade de raízes, frutos que podem atrair vetores, entre outros elementos importante para um projeto realístico. A lista de árvores/arbustos tem função somente didática, como o intuito do discente compreender a variação de tamanhos de árvores e suas áreas de ocupação solicitante.

Figura 22 – Vídeo aula – explicando o projeto de revitalização do lago



Fonte: da própria pesquisa

Durante a primeira semana do prazo estipulado para realizar a segunda etapa da atividade, somente uma aluna encaminhou seu projeto. Por conta do distanciamento com os alunos e a falta de conversas no grupo, o professor pesquisador na última semana de prazo cobrou diariamente a devolutiva da atividade, encaminhando uma imagem de contagem regressiva, postada diariamente no grupo de WhatsApp® às 18:00 horas.

Figura 23 – Contagem regressiva para entrega da atividade



Fonte: da própria pesquisa

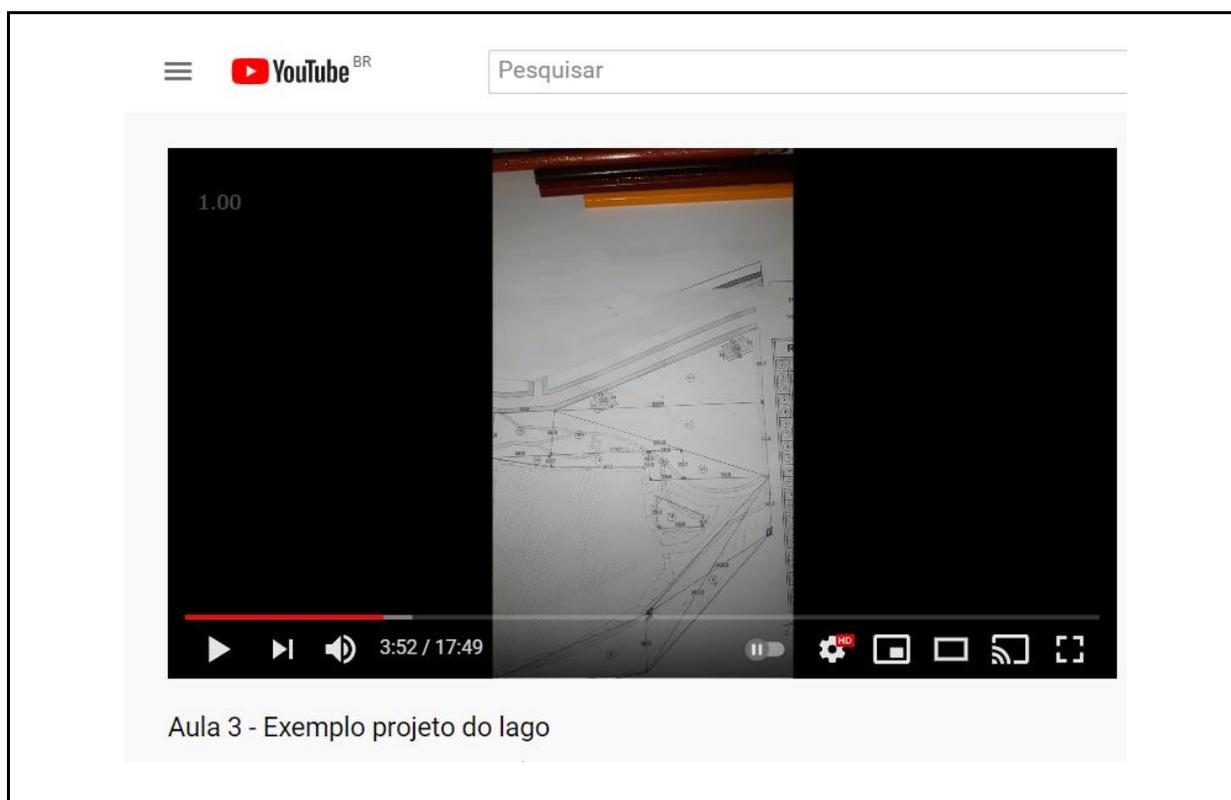
Com esses lembretes diários, os alunos ficaram mais atentos ao prazo e começaram a surgir pequenas dúvidas encaminhadas ao WhatsApp® pessoal do pesquisador. Uma das questões levantadas mais complexas, foi de um aluno que declarou não ter internet ilimitada em casa e que os dados móveis da internet remota do celular já haviam esgotados naquele mês, impossibilitando-o de assistir os vídeos instrutivos postados no YouTube®, e como não

havia participado da “aula 2” síncrona, estava totalmente perdido com a atividade.

O pesquisador perguntou se o aluno havia conseguido baixar as listas de elementos e o desenho do lago, o aluno disse que sim e que tinha impresso as listas em uma *Lan House*. Como solução do caso, o pesquisador gravou diversos áudios pelo WhatsApp®, explicando sucintamente como poderia ser feita a atividade. Após escutar os áudios o aluno declarou ter compreendido e seguidos três dias, enviou as fotos da atividade feita.

Outros alunos declararam não saber como distribuir as árvores e os outros elementos nas áreas, que estavam confusos no cálculo que deveriam realizar. O pesquisador indagou se eles haviam assistido o vídeo, disseram que sim. Para facilitar a explicação de como distribuir os elementos na margem do lago o pesquisador produziu mais um vídeo intitulado “Aula 3 – Exemplo do projeto do lago” postado no YouTube® pelo link <https://www.youtube.com/watch?v=RcbPAhAC7oQ&t=28s> possuindo dezessete (17) minutos e quarenta e nove (49) segundos (Figura 21).

Figura 24 – Vídeo aula -exemplo de projeto de revitalização



Fonte: da própria pesquisa

Neste vídeo o pesquisador apresentou um modelo completo de solução da atividade, deixando claro no vídeo que é somente um modelo de resolução, que o aluno deve desenvolver de outra forma, dando liberdade a sua criatividade produtiva.

A aluna “Cajuzinho do Cerrado” entrou em contato pelo WhatsApp[®] perguntando se poderia fazer a distribuição dos elementos no lago utilizando algum programa de computador. Foi respondido que sim, poderia fazer, e foi indicado o programa Paint[®], disponibilizado gratuitamente nos computadores com sistema operacional Windows[®]. A aluna explicou que não queria fazer a mão a representação dos elementos no desenho do lago, que ela tentaria fazer no computador para ficar mais organizado.

Uma das mensagens interessantes recebidas pelo pesquisador foi de um aluno que pontuou a necessidade de colocar iluminação com postes em alturas inferiores à das árvores, pois mesmo com os postes altos, as árvores a noite fazem sombra e que era necessário iluminar abaixo das copas das árvores. O aluno foi parabenizado pela observação e o pesquisador complementou sua observação comentando que algumas câmeras de vigilância também deveriam estar localizadas abaixo das copas das árvores.

Além destas mensagens destacadas, o pesquisador recebeu algumas dúvidas relacionadas a identificação das formas geométricas: trapézio, paralelogramo, quadrado ou retângulo, e sobre fórmulas para se encontrar a área. Todas as dúvidas encaminhadas foram sanadas. Ao final do prazo estipulado para realizar a atividade, cinco alunos encaminharam seus modelos de revitalização do lago com os respectivos cálculos.

5.8.1 Atividades recebidas da segunda etapa do projeto de revitalização do lago

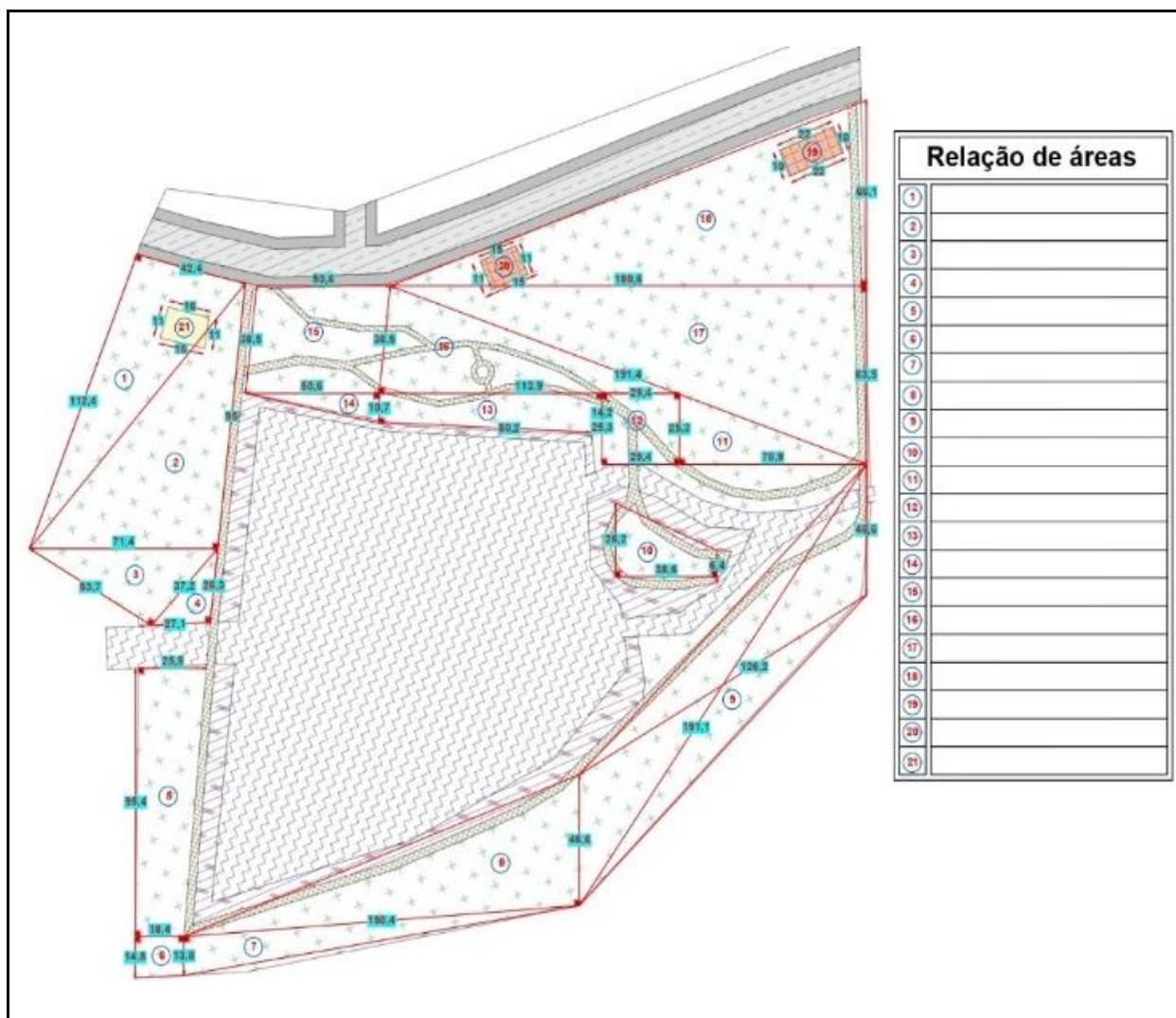
Neste subtópico serão apresentadas e analisadas as atividades recebidas da segunda etapa do projeto. Nesta etapa foi proposto aos alunos que desenvolvessem um projeto de revitalização do lago Canto do Cerrado, com o orçamento dos materiais. Para a revitalização do lago, foi decidido em grupo quais os elementos que seriam inseridos naquele local, como o plantio de árvores típicas do cerrado, a inserção de câmeras de vigilância; a colocação de mais postes de iluminação, equipamentos de ginástica ao ar livre, um campo de areia para prática de esportes e mais bancos distribuídos na orla do lago.

Para que os alunos conseguissem projetar a revitalização, foram encaminhados documentos de apoio pelo professor pesquisador, que são: lista de algumas árvores do cerrado com suas dimensões de ocupação na fase adulta e valor da muda; lista de equipamentos de ginástica ao ar livre com suas dimensões e valor individual; lista de câmeras de vigilância para monitoramento do lago; modelo de poste de iluminação com o alcance de iluminância; modelo de banco de praça em concreto com suas dimensões e valor.

Além das listas de apoio, o professor pesquisador disponibilizou um desenho do lago

(Figura 25), com toda a sua orla repartida em diferentes formas geométricas, como triângulos, retângulos, losango, trapézio e quadrado, e com dimensões laterais. O aluno para iniciar a distribuição dos elementos escolhidos pelo grupo, primeiramente necessitaria encontrar todas as áreas da orla do lago, para que a partir da medida encontrada conseguisse distribuir os elementos nas áreas escolhidas, atentando-se ao espaço de ocupação de cada elemento e o espaço disponível na área desejada para ocupação.

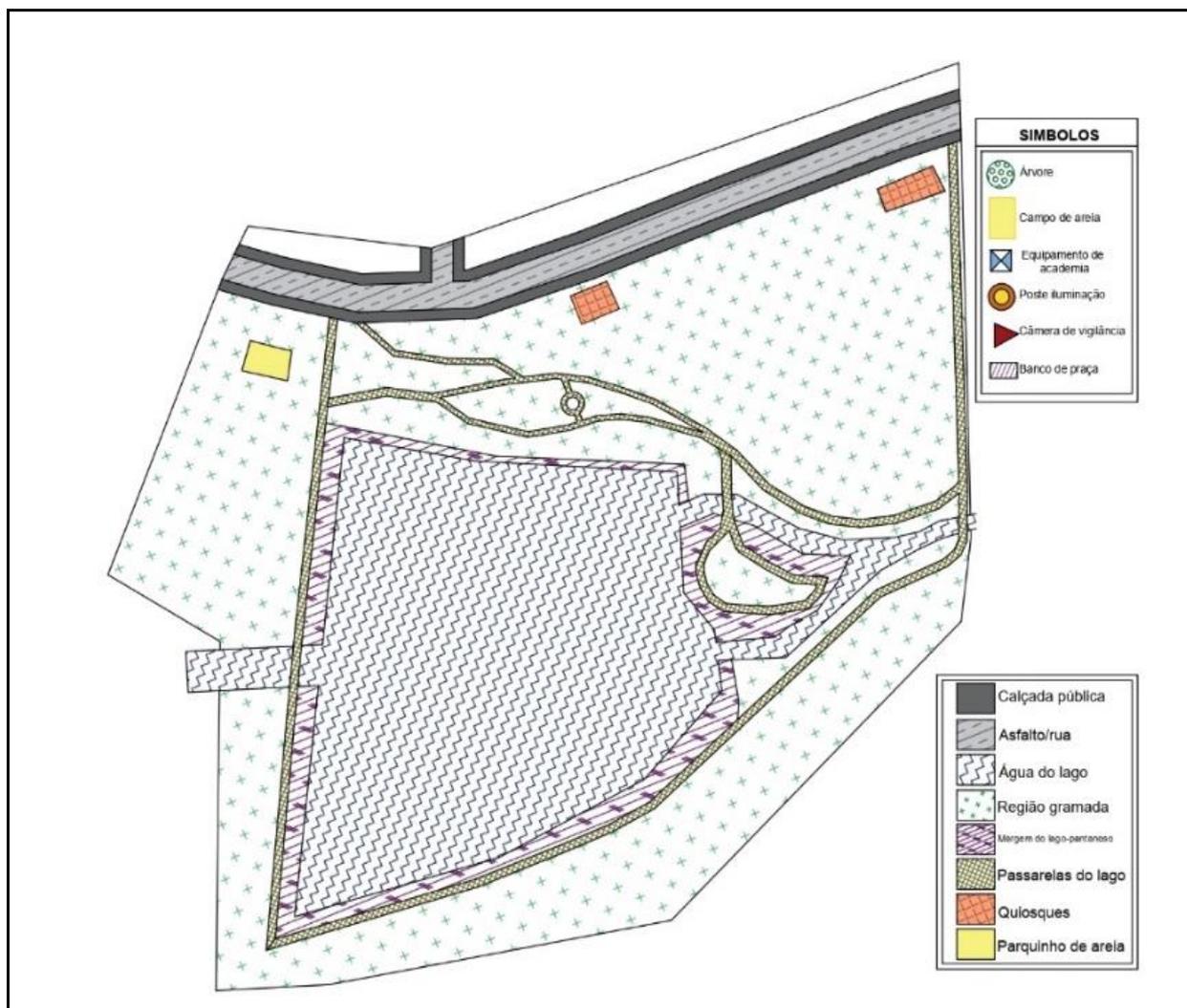
Figura 25 – Desenho do lago – medidas



Fonte: da própria pesquisa

Após o aluno calcular todas as áreas demarcadas da orla do lago, e através de cálculos de divisão e/ou subtração, mensurar a quantidade de cada elemento, iriam distribuí-los sobre o desenho do lago (Figura 26), obedecendo a lista de símbolos definida pelo professor pesquisador.

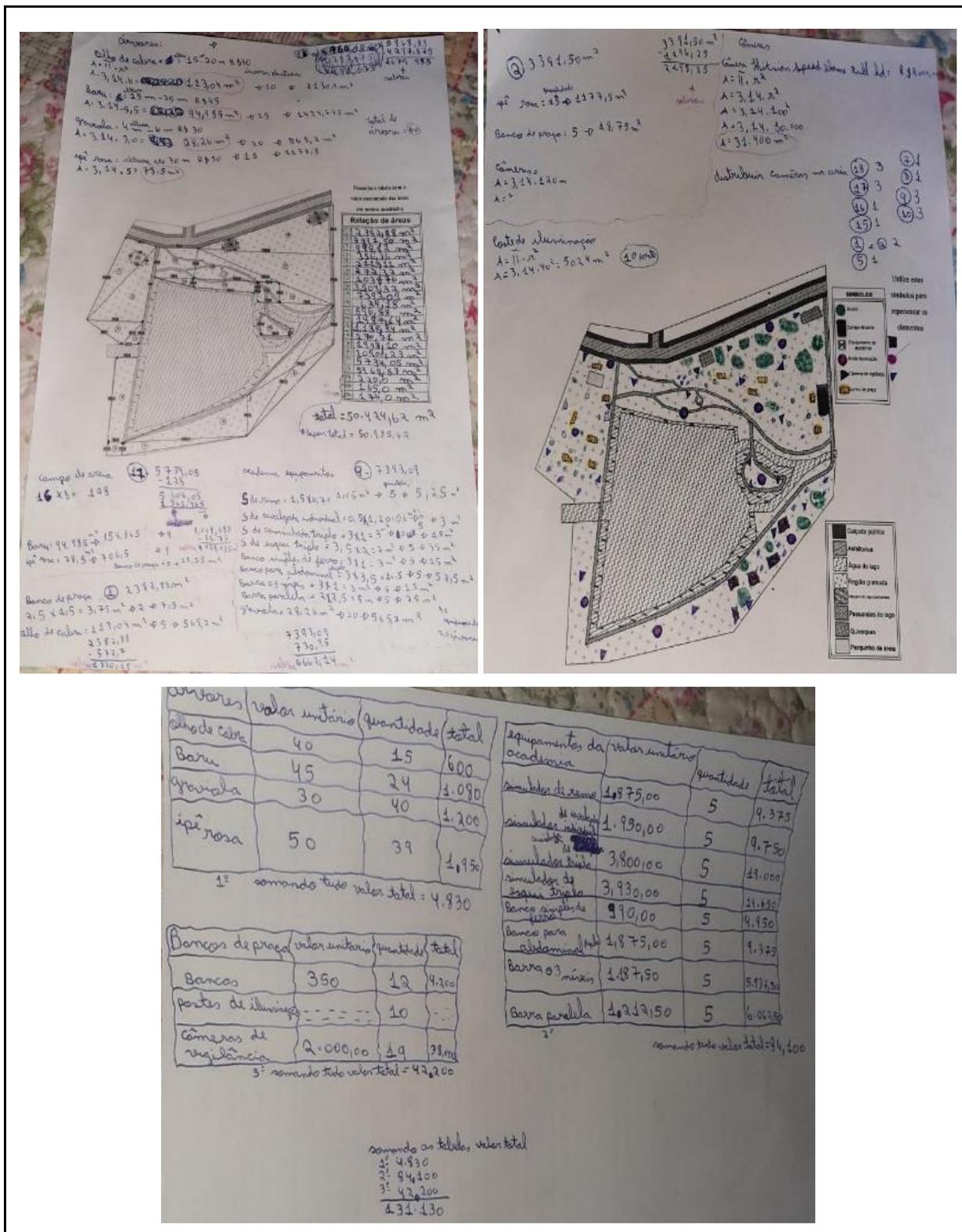
Figura 26 – Desenho do lago – distribuição de símbolos



Fonte: da própria pesquisa

A primeira atividade recebida via WhatsApp®, foi da aluna “Capivara” que apresentou as fotos do seu projeto desenvolvido em folhas sulfite como pode-se observar nas imagens:

Figura 27 – Atividade da aluna “Capivara”



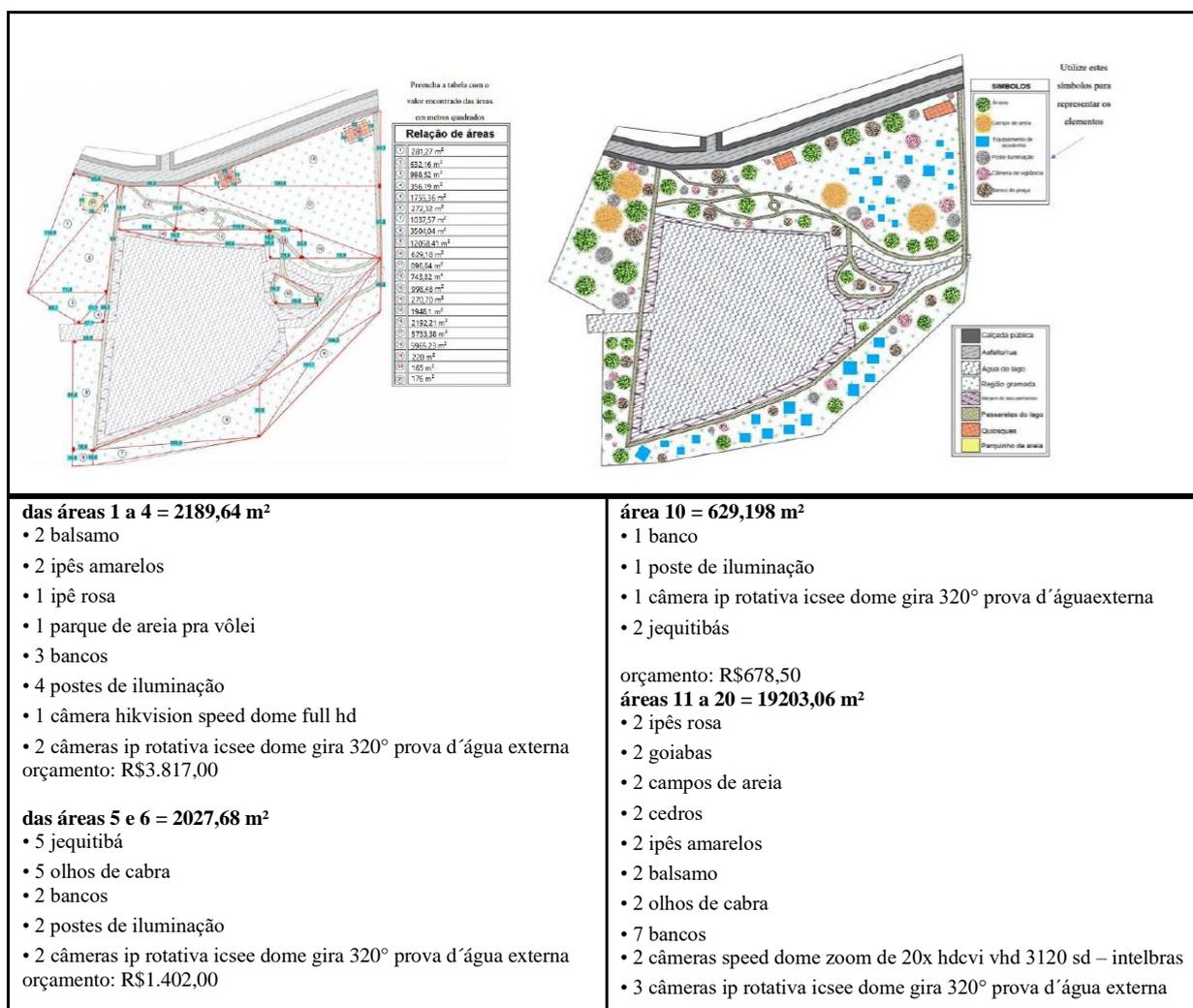
Fonte: da própria pesquisa

Analisando a atividade da aluna “Capivara”, apesar das imagens não terem uma boa nitidez e possuírem rasuras, é possível notar que a aluna compreendeu a atividade e desenvolveu um modelo de projeto de revitalização do lago com seu orçamento de matérias.

A aluna calculou a área total da orla do lago e desenvolveu cálculos de subtração para distribuir os elementos ao lago. Foram colocadas quatro (4) espécies de árvores totalizando 108 mudas, dez (10) postes de iluminação, dezenove (19) câmeras de vigilância, oito (8) modelos de equipamentos de academia ao ar livre, sendo cinco (5) peças de cada. Os elementos foram distribuídos uniformemente, ocupando muito bem todas as margens do lago. O seu orçamento conteve todos os elementos adicionados e totalizou em um valor de R\$:131.130,00.

A aluna “Cajuzinho do Cerrado” encaminhou sua atividade digitada em um documento formato PDF. Os símbolos dos elementos adicionados ao lago foram desenhados através do programa Paint®.

Figura 28 – Atividade da aluna “Cajuzinho do Cerrado”



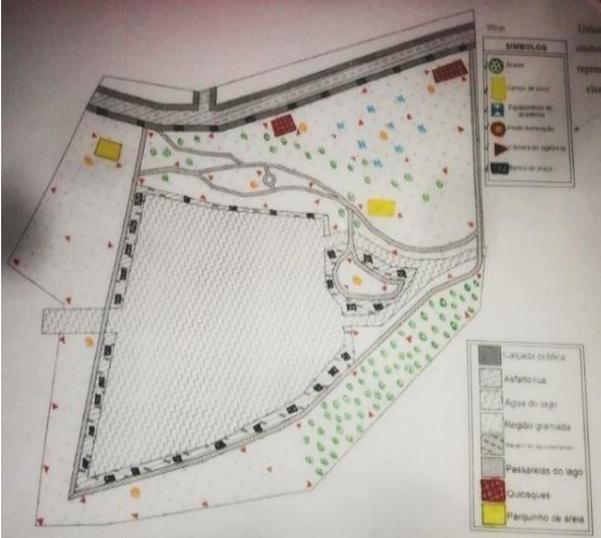
<p>das áreas 7 a 9 = 16600,02 m²</p> <ul style="list-style-type: none"> • 1 placa ar livre • 1 roda de ombro duplo • 1 rotação vertical tripla • 1 simulador de remo • 3 câmeras hikvision speed dome full hd • 3 postes de iluminação • 4 bancos • 1 simulador de cavalgada duplo • 1 leg press tripla • 1 barra alta giratória ou alongador 2 alturas • 1 simulador de caminhada duplo • 1 simulador de esqui triplo • 1 elíptico triplo • 2 ipês amarelos • 1 puxador de costas com peitoral • 1 puxador de costas duplo • 2 banco para abdominal simples • 1 barra 02 níveis • 1 barra paralela • 2 mutambos <p>orçamento: R\$42.755,00</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 2 câmeras hikvision speed dome full hd • 7 postes de iluminação • 1 roda de ombro duplo • 1 rotação vertical tripla • 1 simulador de remo • 1 simulador de cavalgada duplo • 1 leg press tripla • 1 barra alta giratória ou alongador 2 alturas • 1 simulador de caminhada duplo • 1 simulador de esqui triplo • 1 elíptico triplo • 1 puxador de costas com peitoral • 1 puxador de costas duplo • 2 banco para abdominal simples • 1 barra 02 níveis • 1 barra paralela <p>orçamento: R\$46.847,26</p> <p>gastos totais: R\$ 100.499,76</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: da própria pesquisa

Observando as imagens percebe-se que a aluna cumpriu com a atividade de maneira organizada, acrescentou todos os elementos escolhidos pelo grupo e calculou o orçamento dos materiais. Não é possível verificar qual foi o modelo de cálculo adotado pela aluna, porém é perceptível a correta distribuição dos elementos dentro dos espaços escolhidos. Seu orçamento totalizou em R\$: 100.499,79. Foram distribuídas trinta e três (33) mudas de variadas espécies de árvores, dezessete (17) postes de iluminação, treze (13) câmeras com dois modelos diferentes; dezessete (17) bancos; trinta (30) equipamento de ginástica ao ar livre e um (1) campo de areia.

A aluna “Caliandra Rosa” desenvolveu seu projeto em folhas de caderno e cumpriu com todas as etapas solicitadas. Em seu projeto foram colocadas (84) oitenta e quatro mudas de sete (7) espécies diferentes de árvores; oito (8) equipamentos de ginástica; cinquenta e cinco (55) câmeras de vigilância; quarenta (40) bancos e a quantidade de postes de iluminação não foi informado. Seu orçamento totalizou R\$: 49.279,00. Deixou em seu orçamento a observação da falta de valor unitário para os postes de iluminação e para o campo de areia, valores não informados nos documentos de apoio pelo pesquisador.

Figura 29 – Atividade 2 da aluna “Caliandra Rosa”



Legenda Símbolos

- Árvore
- Área de jogo
- Estacionamento de bicicletas
- Área de recreação
- Área de jogo

Legenda Cores

- Calçada pública
- Asfalto
- Água do lago
- Relvado gramada
- Relvado de recreação
- Passarelas de aço
- Quiosques
- Parquinho de areia

Handwritten Calculations:

Área de recreação: $15 \times 0,7 = R\$ 10,50$

Área de jogo: $2 \times 2 = R\$ 24,25,00$

Área de jogo: $2 \times 1,5 = R\$ 24,25,00$

Área multiuso: $2 \times 1,5 = R\$ 5,362,00$

Área duplo: $2 \times 0,5 = R\$ 1,875,00$

Área paralela: $2 \times 1,9 = R\$ 1,212,50$

Placa (alongamento): $2 \times 0,9 = R\$ 820,00$

Total de uma Lista

Total 49279

Item	Preço	quantidade
árvores- Angico	R\$ 30,00	15 uni
Bálsamo	R\$ 45,00	15 uni
Baru	R\$ 45,00	15 uni
Jequitibá	R\$ 45,00	8 uni
Olho de Cabra	R\$ 40,00	8 uni
Ipê amarelo	R\$ 50,00	8 uni
Cedro	R\$ 45,00	15 uni
total árvores-	R\$ 3.555,00	84 uni
academia- simulador de remo	R\$ 1.875,00	1 uni

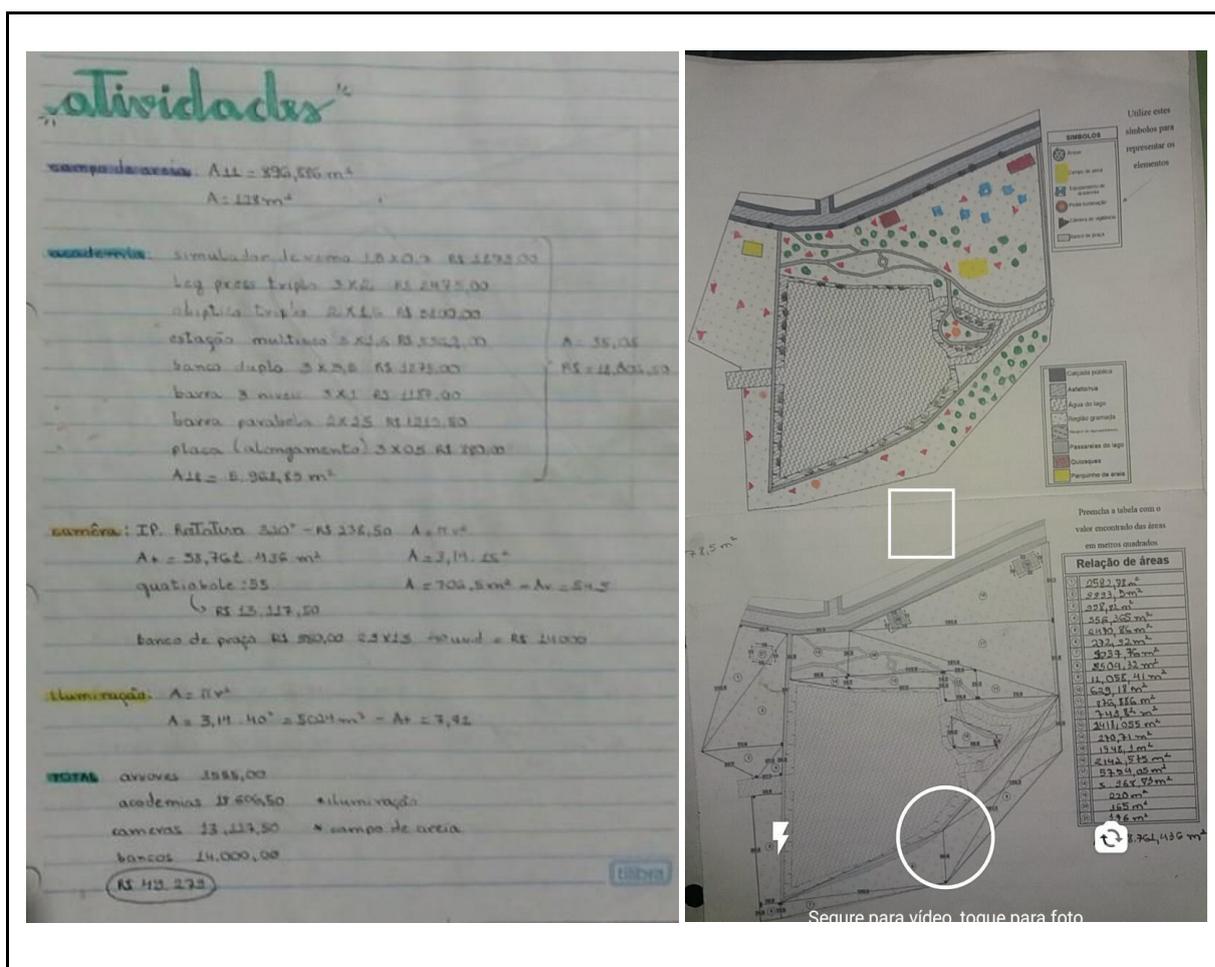
leg press triplo	R\$ 2.475,00	1 uni
elíptico triplo	R\$ 3.800,00	1 uni
estação multiuso	R\$ 5.362,00	1 uni
banco duplo	R\$ 1.875,00	1 uni
barra três níveis	R\$ 1.187,00	1 uni
barra paralela	R\$ 1.212,50	1 uni
placa (alongamento)	R\$ 820,00	1 uni
total academia-	R\$ 18.606,50	8 uni
câmera- IP Rotativa	R\$ 238,50	1 uni
total câmera-	R\$ 13.117,50	55 uni
banco- banco de concreto	R\$ 350,00	1 uni
total bancos-	R\$ 14.000,00	40 uni
* campo de areia		
* iluminação		

Fonte: da própria pesquisa

O aluno “Margarida” enviou a atividade feita em uma folha de caderno. Na foto encaminhada via WhatsApp® pode-se verificar que o aluno calculou a quantidade desejada de elementos e realizou o orçamento totalizando o valor de R\$: 49.279,00. O aluno colocou em seu projeto oito (8) equipamentos de ginástica; (55) cinquenta e cinco câmeras; Não informou quantos postes de iluminação e nem a quantidade de mudas de árvores.

Percebe-se por meio da quantidade utilizada de equipamentos e pelo desenho de distribuição, que o aluno desenvolveu sua atividade extremamente similar a da aluna “Caliandra Rosa”, o que pode sugerir que o aluno copiou a atividade da colega, ou então, realizaram juntos, em parceria, porém, esta informação não foi esclarecida pelo aluno, e o pesquisador preferiu não questioná-lo quando as semelhanças na atividade.

Figura 30 – Atividade 2 do aluno “Margarida”

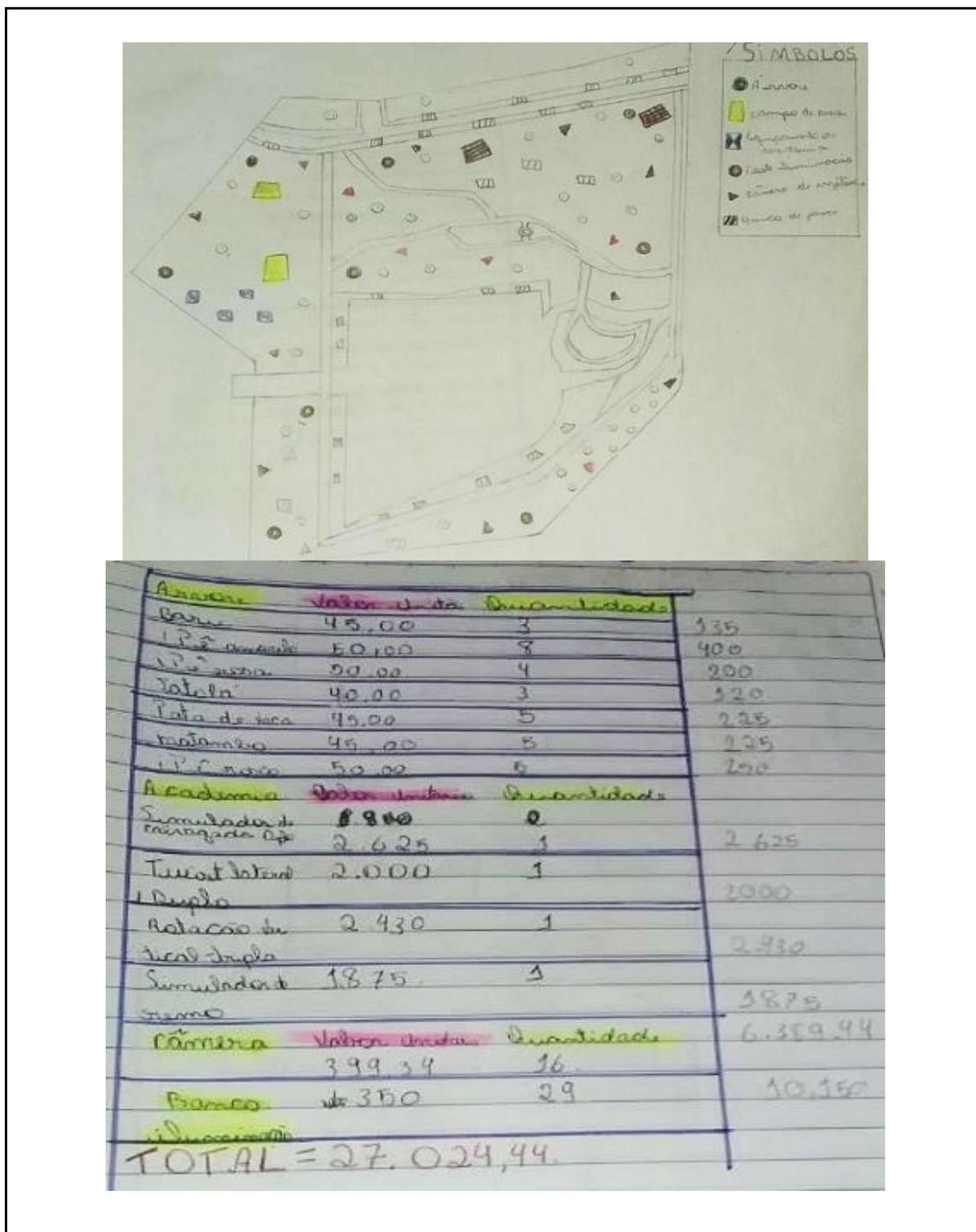


Fonte: da própria pesquisa

O aluno “Tucano” produziu seu projeto toda a mão, inclusive o desenho do lago.

Pode-se notar que foram distribuídos todos os elementos indicados pelo grupo de modo homogêneo na orla do lago.

Figura 31 – Atividade 2 do aluno “Tucano”



Fonte: da própria pesquisa

No projeto do aluno “Tucano”, foram adicionadas somente trinta e três (33) mudas de árvores, seis (6) equipamentos de academia ao ar livre, dezesseis (16) câmeras e vinte e nove (29) bancos. Por conta do número baixo de elementos, seu orçamento resultou em R\$:27.024,44 , valor baixo comparado aos orçamentos dos colegas. Não é possível saber qual foi a forma de cálculo adotada pelo aluno ao distribuir os elementos no lago e qual a razão em deixar um número pequeno de elementos.

Apesar dos inúmeros lembretes do professor pesquisador, no grupo do WhatsApp®, somente cinco (5) alunos enviaram os seus projetos de revitalização do lago e entre eles um é extremamente similar a outro. Deduz-se que a maioria dos alunos participantes não se sentiram motivados em realizar a segunda etapa do projeto, talvez por não ser uma atividade obrigatória avaliativa que iria compor a nota bimestral, ou por não possuir equipamentos e meios tecnológicos para desenvolver o projeto ou ainda por não priorizarem tempo a atividade deixando-a no esquecimento.

5.9 Último encontro virtual

No dia 13/04/2021 às 15 horas teve início a aula final do projeto em uma sala virtual do Google Meet®. Inicialmente estavam presentes seis (6) alunos, aumentando este número para oito (8) até o final da aula. O pesquisador iniciou a aula apresentando ao grupo os modelos de revitalização do lago, resguardando o anonimato dos alunos. Foi observado pelo grupo a quantidade e local de cada elemento adicionado, os cálculos desenvolvidos, e o grupo comparou os cinco (5) projetos de revitalização do lago.

Os alunos expressaram entusiasmo ao ver as atividades dos colegas e comparar com a que tinham feito. Surgiram as seguintes falas: “super legal ver o dos outros, pensei que tinha feito errado”; “esse ficou muito bom”; “acho que o meu ficou meio pobre”; “não ficaram caros os orçamentos”; “queria ver o lago dessa forma, iria todo dia”.

Ao observar cada projeto, o grupo destacou alguns pontos em comum, como por exemplo, os locais onde foram colocadas as árvores e o local estabelecido para o campo de areia. Uma aluna abriu o áudio e falou que somente um campo de areia é muito pouco, porque na praça do aeroporto existem três campos de areia e sempre estão ocupados pela prática do vôlei e futevôlei de areia. Outros alunos concordaram com ela e definiu-se que pelo espaço disponível no lago é possível colocar quatro (4) campos de areia.

Um aluno destacou a importância de ter uma via para ciclistas darem em volta no lago, pois atualmente só tem passarelas para pedestres, os demais alunos concordaram com ele e foi

acrescentado este item ao projeto. Sobre as câmeras de vigilância foi comentado que havia modelos com o alcance de visão bem superior às das câmeras apresentadas na primeira folha da lista e que em três dos projetos foram usadas as câmeras com baixo alcance de visão, foi sugerido que utilizassem as câmeras de maior alcance e nas regiões com árvores câmeras de menor alcance, situadas abaixo das copas das árvores.

O aluno que havia falado da iluminação com postes mais baixos, abriu o áudio e comentou sua observação e também sua ideia foi acatada pelo grupo. Ao refletir sobre os equipamentos de ginástica ao ar livre uma aluna colocou no chat “a lista era tão grande, tinha muita opção fiquei perdida”. O pesquisador sugeriu que os equipamentos de ginástica ficassem situados na mesma região onde estavam as árvores, pois aproveitaria assim das sombras das árvores durante o exercício físico. Os alunos gostaram da ideia acrescentando no modelo de projeto final.

Em relação aos bancos de praça, observou-se que em todos os cinco (5) projetos, os bancos foram colocados próximos a passarela que circunda o lago, manteve-se este item e foram acrescentados bancos próximos do parquinho infantil de areia, para o descanso dos pais/responsáveis pelas crianças que utilizarão o parquinho. Uma aluna falou da necessidade de colocar no projeto cestos de lixo espalhados por toda região do lago e algumas placas conscientizando a população em cuidar do local.

Sobre a listagem de materiais e os orçamentos, o grupo comentou que os valores não eram altos e que não havia uma grande diferença entre eles, foi elogiado dois orçamentos feitos no programa Excel®, pela organização. O pesquisador explicou aos alunos que os orçamentos levantados não consideram a mão de obra, o tempo de maquinários e vários outros elementos que oneram a obra.

Pensando matematicamente no modelo final de projeto de revitalização desenvolvido pelo grupo, pode-se expressar a fórmula do “Lago revitalizado” (L_r), resultante da somatória teórica dos elementos: Árvores (A); Equipamentos de ginástica (E); Postes de iluminação (I); Bancos de praça (B); Câmeras de vigilância (C); Quadra de areia (Q); Cestos de lixo (L); Pista para Ciclistas (P).

$$L_r = (A + E + I + B + C + Q + L + P)$$

Para encontrar o número máximo de árvores (N_{ma}) a ser colocada em cada região escolhida na orla do lago, o grupo compreendeu que era necessário dividir-se a área da região desejada (A_r), pela área de ocupação da árvore (A_a) em sua fase adulta, surgindo a expressão:

$$N_{ma} = \frac{A_r}{A_a}$$

Da mesma maneira deveria ser feito com a quantidade máxima de Equipamentos de ginástica (N_{me}). Dividindo-se a área escolhida (A_r) pela área de ocupação do maior equipamento de ginástica (A_e).

$$N_{me} = \frac{A_r}{A_e}$$

Os alunos compreenderam que para se encontrar o número de Postes de Iluminação (N_I), deveriam considerar toda a área da orla do lago (A_{orla}) e dividir pela área de iluminação de um poste (A_i). Como o modelo de poste disponibilizado informava o raio (r) de alcance de iluminação, os alunos visualizaram que a região iluminada possuiria formato circular, portanto, necessitavam recorrer à fórmula da área de um círculo ($A_I = A_c = \rho * r^2$). Concluiu-se matematicamente que:

$$N_I = \frac{A_{orla}}{A_i}$$

Para encontrar o número de Câmeras de vigilância (N_C) seguem o mesmo raciocínio matemático dos postes de iluminação; basta dividir a área total da orla do lago (A_{orla}) pela área circular de uma câmera de vigilância (A_c), surgindo a expressão:

$$N_C = \frac{A_{orla}}{A_c}$$

Em relação aos campos de areia, o grupo considerou que era possível colocar-se quatro (4) campos de areia na região definida na maioria dos projetos apresentados. O pesquisador informou ao grupo que o campo de areia possui formato retangular e que as dimensões médias são dezesseis (16) metros de comprimento por oito (8) metros de largura. Logo os alunos apontaram que para encontrar a área era necessário multiplicar lado vezes lado ($L*L$), obtendo-se a área de uma quadra de areia (A_Q). Seguindo o mesmo raciocínio matemático dos elementos anteriores, os alunos realizaram a divisão da área desejada (A_r) pela área de uma quadra de areia (A_Q), resultando no número máximo de campos de areia (N_{mQ}), surgindo a expressão:

$$N_{mQ} = \frac{A_r}{A_Q}$$

Para os elementos: banco de praça, cestos de lixo e pista para ciclistas, não foram desenvolvidas nenhuma fórmula de cálculo, pois estes elementos foram distribuídos nos projetos por meio da observação do local, estabelecendo as regiões mais apropriadas para cada item conforme o interesse e visão pessoal de cada aluno, além de serem elementos específicos ao lago municipal, impossibilitando a formulação de uma expressão de uso

universal.

Todas as expressões matemáticas formuladas nesta segunda etapa do projeto ocorreram em conjunto com os alunos que estavam presentes na aula remota síncrona. O pesquisador abriu uma página em branco em um editor de texto e durante a condução da aula foi escrevendo as fórmulas sugeridas pelos alunos, indagando os alunos sobre suas opiniões, se concordavam, ao não, com as expressões idealizadas ou se tinham algo a acrescentar ou retirar. Novamente destaca-se a atuação do professor/pesquisador aplicador da atividade, pois um bom direcionamento na aula garantirá a participação dos alunos, para tanto é necessário deixar os alunos à vontade para falar, sem medo de retaliações, críticas ou correções severas, deixando o ambiente tranquilo e amigável.

Esta última aula da sequência didática foi muito mais participativa que as anteriores, apesar de serem poucos os alunos presentes, todos comunicaram durante a aula, apontando seus pareceres e sugerindo ótimas ideias para melhorar o projeto final de revitalização do lago e para a formulação das expressões matemáticas.

O pesquisador encerrou a aula destacando os conteúdos que foram trabalhados durante toda a sequência de ensino, tanto na área da matemática como também em outros eixos do conhecimento.

O professor pesquisador agradeceu aos alunos pela participação e solicitou que respondessem a um “Questionário final”, no qual eles avaliaram a sequência didática e expressaram comentários sobre a participação deles neste projeto. A última aula síncrona teve a duração de 1 hora e 35 minutos.

5.10 Respostas coletadas no questionário final

O “Questionário Final” indagou os alunos quanto às dificuldades tecnológicas enfrentadas para conseguirem desenvolver as atividades. As dificuldades poderiam surgir deste o acesso aos vídeos disponibilizados pelo YouTube[®], durante o preenchimento dos questionários utilizando o Google Forms[®], na retirada de medidas do lago com apoio do programa Google Earth[®] e durante a comunicação e envio de atividades por meio do grupo do WhatsApp[®]. Apesar das incessantes solicitações do pesquisador em responderem o “Questionário Final” somente cinco (5) alunos o fizeram.

Sobre os vídeos postados no YouTube[®], todos os alunos afirmaram terem assistido os vídeos aula e não expressaram nenhuma dificuldade. Já na utilização do Google Earth[®], a maioria dos alunos declararam nunca terem utilizado o programa, dois alunos apontaram

dificuldade em manusear as ferramentas e os demais teceram comentários: “achei muito bom esse programa pois dá pra olhar qualquer lugar do mundo, sem sair de casa”; “Já conhecia o Google Earth[®], mas nunca havia realizado nenhuma atividade, o aplicativo é bem didático e prático, com os vídeos explicativos foi mais fácil ainda”. Perante o uso do WhatsApp[®] todos os alunos responderam que não tiveram dificuldade.

Ainda no “Questionário Final”, foi solicitado que os alunos deixassem um comentário sobre a primeira atividade realizada e apontasse quais conteúdos foram trabalhados. Algumas respostas citaram os conteúdos: geometria analítica, formas geométricas, fórmula das áreas. Um aluno afirmou ter conhecido “coisas diferentes, que foi ótimo saber e aprender” e uma aluna declarou: “é muito importante para o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), e o conhecimento mais aprofundado sobre um novo aplicativo também agregou ainda mais conhecimento”.

Foi perguntado no questionário se os alunos tiveram alguma dificuldade no desenvolvimento da segunda etapa da sequência didática (revitalização da orla do lago) e que deixassem um comentário sobre seu desempenho ao realizar a atividade. Todas as respostas afirmavam que não houve dificuldades e foram expressos os comentários: “não tive dificuldade, achei muito bom pois se esses projetos virassem realidade com certeza o lago seria “O Lago”, eu particularmente adorei a atividade”; “Acho que ficou meio pobre meu espaço, mas eu amei pensar neste tipo de projeto”; “Não tive dificuldades, pra mim essa parte foi a mais divertida, poder montar um lugar do jeito que queria e saber como funciona esse tipo de projeto.”

A próxima pergunta do questionário solicitava que os alunos apontassem quais conhecimentos foram adquiridos aos desenvolverem o projeto de revitalização do lago. As respostas indicaram o estudo de fórmulas de áreas, ampliação de conhecimentos sobre a fauna e flora do cerrado, a prática de contas e o levantamento orçamentário.

Por fim, foi pedido que registrassem um comentário geral sobre a participação nesta pesquisa, podendo destacar pontos positivos e/ou negativos e sugerindo melhorias. Os principais comentários foram: “Adoreeeeei o projeto (a metodologia), essa ideia de juntar caso real com conteúdo, fica mais dinâmico e melhor, enfim gostei muito!”; “Eu amei este projeto, para mim adicionou muito em minha vida, obrigada pela oportunidade”; “Adorei participar desse projeto, para mim, foi a primeira vez que essa metodologia de casos reais foi realizada junto com atividades, percebi que facilita muito o aprendizado, tudo que foi ensinado não esquecerei pois agora sei que faz parte do meu dia a dia. Acredito que se mais conteúdos fossem trabalhados dessa forma, os estudantes teriam maior motivação para aprender porque a

partir do momento que você vê utilidade daquela matéria na sua vida, a vontade de estudar aumenta. Agradeço de coração a oportunidade, grata em poder ajudar e ainda agregar mais conhecimento”; “Eu amei demais, pois agora sei que amo esta parte de arquitetura e urbanismo, e que agora eu posso cogitar esta faculdade”.

Encerra-se este capítulo com o sentimento de missão cumprida, apesar dos inúmeros e diferentes impasses existentes durante o processo de aplicação da sequência didática, principalmente gerados pelo distanciamento entre pesquisador e aluno, oriundo do formato das aulas remotas emergenciais, foi possível ultrapassar os obstáculos e adaptar-se. Com os comentários finais dos alunos participantes do projeto, surge um sentimento gratificante ao comprovar a significância educacional da pesquisa, gerada nos alunos.

6 PRODUTO EDUCACIONAL

Como produto educacional fruto deste trabalho dissertativo, formulou-se uma Sequência Didática, disponibilizada no *site* “Ensinando a Geometria com a Modelagem Matemática” de acesso público por meio do link: <https://sites.google.com/view/geometriamodelagem/in%C3%ADcio>.

O *site* “**Ensinando a Geometria com a Modelagem Matemática**” apresenta em sua página inicial uma saudação de boas-vindas aos usuários e esclarece que nas páginas do mesmo, encontra-se uma sequência didática envolvendo o ensino de Geometria por meio da Modelagem Matemática. Além de sugestões de autores, livros, vídeos e materiais didáticos acerca da inserção da Modelagem Matemática no ensino de Geometria.

Em suas abas, localizadas na lateral esquerda da página, são disponibilizados acessos às páginas complementares, sendo a primeira: “**O que é Modelagem Matemática?**”, que apresenta sucintamente um esclarecimento ao leitor sobre o processo da Modelagem Matemática, principalmente voltado ao campo educacional. Ainda na página é fornecida uma subpágina denominada: “**Autores e livros da Modelagem Matemática**” na qual sugere alguns pesquisadores/autores brasileiros que escreveram sobre a Modelagem Matemática, além da indicação de livros sobre o tema, com suas sinopses e links de acesso para aquisição.

A segunda página denominada “**A sequência didática**”, apresenta ao internauta a intenção didática da sequência das aulas, o tema motivador voltado às dimensões e formas de um lago público, sua estrutura está dividida em duas fases: “volume de água do lago” e “revitalização do lago”, e, por último as estratégias de aprendizagem sugeridas. Dentro desta página o navegante terá acesso a subpágina: “**Roteiro de aulas**”.

Na subpágina “**Roteiro de aulas**” são disponibilizadas as dez (10) aulas que compõem a sequência didática. Em cada aula é descrita a metodologia de aplicação, o formato, duração e meio de comunicação utilizado. São fornecidos os materiais de apoio para aplicação das aulas, sendo: vídeos, arquivos técnicos, imagens e formulários.

A última página apresenta “**O grupo de pesquisa**”, indicando os autores do *site* com o resumo dos seus currículos e link de acesso ao currículo lattes.

A principal intenção destas páginas é auxiliar pesquisadores, professores, alunos ou pessoas com interesse no tema, a compreender a Modelagem Matemática voltada ao campo educacional e propor um roteiro de aulas que possa ser desenvolvido à distância (remotamente). O apêndice K apresenta imagens das páginas e subpáginas do *site*.

7 REVELANDO CAMINHOS: CONSIDERAÇÕES FINAIS

“O que vale na vida não é o ponto de partida e sim a caminhada. Caminhando e semeando, no fim terás o que colher”. (Cora Coralina)

Ao final do percurso de pesquisa, faz-se necessário retomar a pergunta norteadora deste trabalho: “Como abordar os conteúdos de Geometria por meio da Modelagem Matemática de maneira que possibilite aos alunos terem uma aprendizagem mais significativa?”.

Na tentativa de responder a esta pergunta, desenvolveu-se uma Intervenção Pedagógica, ancorada nos aportes teóricos da pesquisa, formulada em torno de uma sequência didática que trabalhou majoritariamente conteúdos geométricos por meio da metodologia da Modelagem Matemática.

A partir da análise dos fenômenos ocorridos durante todo o processo investigativo, revelam-se caminhos que respondem, ou ao menos indiquem, formas de desenvolver a Modelagem Matemática no ensino de conteúdos geométricos em aulas remotas. A sequência didática formulada em torno do caso/problema do lago municipal de Mineiros-GO torna-se um exemplo replicável, ao considerar que várias cidades brasileiras possuem um lago, que pode ser foco de estudo, despertando motivação, curiosidade, envolvimento social, político, ambiental e econômico dos educandos, possibilitando ampliar os conteúdos trabalhados e matérias curriculares envolvidas.

Neste revelar de caminhos, foram descritas considerações direcionadas aos acontecimentos da aplicação remota da sequência didática, apontando principalmente as falhas e dificuldades vislumbradas pelo pesquisador, almejando facilitar o “caminhar” dos professores que desejam desenvolver a Modelagem Matemática na prática de sala de aula, seja ela física ou virtual.

A disposição dos apontamentos realizados divide-se em três grandes eixos: Aulas remotas: enfrentamentos e tecnologias colaborativas; Modelagem Matemática: alcances e descobrimentos; e Vislumbres da Aprendizagem Significativa no ensino de Geometria. É importante justificar que apesar de não ser comumente utilizado subtítulos neste elemento final da escrita, estas temáticas são organizadas separadamente no intuito de tornar a leitura mais fluída.

7.1 Aulas remotas: enfrentamentos e tecnologias colaborativas

Em alusão às aulas remotas, o primeiro aspecto considerado refere-se ao número limitado de alunos participantes da pesquisa (13,33 % em relação ao total de alunos matriculados), analisando a quantidade de alunos que poderiam ser alcançados pela pesquisa e que principalmente por conta das dificuldades de comunicação virtual, impostas pelo regime de aulas remotas emergenciais, impossibilitou um maior número de alunos participantes.

Notoriamente a desigualdade social brasileira foi evidenciada neste período de pandemia, resultando também em uma desigualdade educacional, na qual, o acesso à educação e de maneira geral ao conhecimento, tornou-se ainda mais excludente, principalmente por exigir que o aluno possua equipamentos tecnológicos e acesso adequado a internet que permitam sua participação nas aulas remotas, caso contrário, seu contato com a escola se faz somente por entrega/recebimento de atividades impressas, que servirão para “cumprir” o ensino programado e somente formalizar a participação do aluno junto à escola.

A utilização de vídeos aulas, postados diretamente no WhatsApp® ou YouTube®, considera-se uma forma de comunicação positiva, dentro desta realidade de aulas remotas, pois permitiu que os discentes acessem a qualquer hora e momento que desejar a aula, podendo rever quantas vezes quiser, por meio de seus computadores/*notebooks* ou celulares *smartphones*, porém, a interação aluno-professor torna-se distante e vagarosa, dificultando, por exemplo, o professor sanar as dúvidas existentes dos alunos caso surjam interrogações.

Outro ponto negativo na utilização dos vídeos é a necessidade de acesso à internet, sem limitações de dados, o que pode impossibilitar o aluno de assistir a aula, devido os vídeos utilizarem uma alta quantidade de dados da internet, em comparação a arquivos de texto e áudio.

Todas as interações entre aluno-pesquisador ocorreram por meio de conversas do WhatsApp®, das aulas virtuais síncronas utilizando o Google Meet® e dos registros nos questionários desenvolvidos por meio do Google Forms®. Comparando-se estes três meios de comunicação virtual, foi destaque a utilização do WhatsApp®, no qual os alunos interagiram com todo o grupo e com o pesquisador de maneira muito mais significativa em comparação as aulas no Google Meet®, que principalmente nas aulas iniciais os discentes realizaram pouquíssimos comentários, sendo necessário o estímulo constante do pesquisador em despertar a participação ativa do alunado, talvez essa dificuldade na comunicação também se deu devido o pesquisador não ser conhecido dos alunos o que gerou uma intimidação inicial.

A utilização do Google Forms® na formulação dos questionários, também foi crucial

para efetivação da pesquisa, por meio dele, possibilitou traçar o perfil dos alunos participantes, recolher posicionamentos, opiniões e comentários individuais que permitiram vislumbrar a participação ativa dos educandos de maneira singular, além do formato disponibilizado pelo próprio programa na apresentação das respostas coletadas que gera automaticamente gráficos e tabelas que facilitaram a observação e avaliação do pesquisador.

Em referência ao uso do Google Earth[®] durante a execução das atividades, pontua-se a vasta possibilidade de inserção do programa no ensino, seja ele na Matemática ou em outras disciplinas como Geografia e Biologia. O programa fornece imagens aéreas da superfície terrestre que permite ao aluno verificar o relevo, as construções, as dimensões e distâncias das mais variadas áreas e regiões do planeta Terra. Em meio a pandemia e a impossibilidade de visitas *in loco* ao lago, em cumprimento ao distanciamento social, o uso do Google Earth[®] foi fundamental à atividade, pois com ele o aluno visualizou a região do lago, suas formas, elementos presentes e dimensões.

A maioria dos alunos declararam não conhecer o Google Earth[®] antes da participação neste projeto, e todos os discentes falaram que nunca utilizaram o Google Earth[®] para desenvolver alguma atividade educacional. Surgiram dificuldades durante o uso do Google Earth[®] pelos alunos, uma delas foi a utilização das ferramentas de medição na sua versão online, que não remetia as medidas dos segmentos de retas individualmente, mas sim, um somatório de todos os segmentos de retas desenhadas.

A utilização de um grande arsenal de programas e aplicativos para o desenvolvimento da sequência didática (WhatsApp[®], Google Meet[®], Google Forms[®], Google Earth[®], Youtube[®]) foi necessária por conta do formato das aulas remotas emergenciais, entretanto, cabe refletir sobre a dominação tecnológica existente destas marcas de grande empoderamento capital, despertando nos discentes uma visão crítica e libertadora, cientes da dominação capitalista e tecnológica que intensifica a desigualdade social, entre outros males da sociedade.

7.2 Modelagem Matemática: alcances e descobrimentos

A Modelagem Matemática é uma ferramenta estratégica de solução de problemas, que pode ser utilizada nas mais distintas áreas de produção e conhecimento. Quando empregada no ensino como metodologia ou estratégia didática, busca despertar nos discentes o senso reflexivo, tanto em situações sociais quanto no ambiente matemático. No caso do emprego na disciplina de Matemática, leva os alunos a compreenderem sua aplicabilidade no dia-a-dia

com a resolução de problemas reais ou semirreais, desenvolvendo a autonomia dos educandos formando sujeitos ativos na sociedade.

O desenvolvimento das etapas da Modelagem Matemática em uma sequência didática totalmente voltada ao formato de aulas remotas, foi uma tarefa desafiadora, atípica e inédita, em virtude das escassas produções técnicas de referência, que pudessem indicar meios, formas e recursos de aplicação da Modelagem Matemática remotamente.

Em decorrência do formato remoto das aulas, o desenvolvimento da Modelagem Matemática sofreu adaptações, que possibilitaram a sua inserção nos meios digitais, considerando as limitações existentes neste momento pandêmico que requer isolamento social. Um dos pontos de adequação da Modelagem Matemática foi a execução individual das atividades pelos alunos, em oposição às orientações de Biembengut e Hein (2021) que sugerem a execução das atividades em grupos (de três a cinco alunos por grupo).

Na primeira fase da Modelagem Matemática, a “Interação”, os alunos conseguiram por meio do vídeo de apresentação do lago (caso/problema motivador), e das próprias experiências vividas, reconhecer a situação-problema, familiarizar com o assunto, registrar seus posicionamentos nos questionários e compartilhar com o grupo seus achados. Apesar do distanciamento físico entre os alunos durante o processo de reconhecimento do caso/problema, foram amplas e ricas as contribuições individuais, que ao serem compartilhadas com todos os alunos, permitiram ampliar os horizontes de visão do caso em estudo.

Durante a etapa da “Matematização” a atuação do pesquisador em orientar, incentivar e cobrar as atividades foi crucial. Muitas dúvidas surgiram no processo de levantamento das informações, formulação das hipóteses, seleção das variáveis e principalmente na descrição das relações em termos matemáticos, requerendo a constante condução e orientação do pesquisador no cumprimento das atividades.

A participação do educador durante a inserção da Modelagem Matemática em sala de aula é de fundamental importância, tornando o ambiente escolar acolhedor, cheio de descobertas, mantendo a motivação dos alunos e auxiliando cada etapa das atividades inerentes à Modelagem Matemática. Por conta dos alunos estarem acostumados a serem sujeitos passivos no processo ensino-aprendizagem, advindo do modelo tradicional de ensino, surge uma dificuldade inicial de adaptação à proposta, que requer a participação ativa dos educandos, desenvolvendo um pensamento independente, criativo e reflexivo.

Na etapa final, denominada por Biembengut e Hein (2021) de “Modelo Matemático”, o grupo observou na primeira atividade (volume do lago) que o modelo formulado é aplicável

em outros problemas similares de volume de elementos irregulares, validando o modelo. Já na segunda atividade (projeto de revitalização do lago) o modelo formulado matematicamente não conseguiu transcrever totalmente a solução proposta pelo grupo, sendo necessário recorrer a meios de expressões figurativas para exprimir o projeto final da revitalização do lago, além do modelo ser específico ao lago municipal de Mineiros-GO, necessitando de modificações na proposta para uma aplicação similar.

Com o desenvolvimento de todas as etapas da Modelagem Matemática os alunos conseguiram propor soluções aos problemas apresentados, utilizando conhecimentos matemáticos e geométricos muitas vezes esquecidos, por talvez terem sido trabalhados de forma descontextualizada com a vivência do estudante.

Ficou notório que nas primeiras aulas remotas síncronas da sequência didática os alunos estavam tímidos, retraídos, realizando somente falas curtas e monossilábicas, mas com o processo de interação com o professor pesquisador e com o caso-problema, no decorrer das aulas as participações com falas e escritas aumentaram.

De maneira geral, o desenvolvimento da sequência didática em formato de aulas remotas emergenciais permitiu efetivar as etapas da Modelagem Matemática com foco no ensino de Geometria. Não é cabível considerar que a forma de aplicação e condução da sequência didática expressa neste trabalho seja um exemplo único e acabado de como trabalhar a Modelagem Matemática, mas sim, uma sugestão de caminho a ser seguido por pesquisadores e professores interessados em adotar a Modelagem Matemática no ensino, podendo adequar a proposta, considerando os aspectos específicos do local, tempo, recursos disponíveis e as características dos sujeitos envolvidos. Esta proposta didática não está restrita ao ensino à distância, pode ser inserido também no ensino híbrido ou presencial.

7.3 Vislumbres da Aprendizagem Significativa no ensino de Geometria

A Aprendizagem Significativa deveria ser o ideal a ser alcançado por todas instituições de ensino que almejam formar cidadãos de maneira consciente e não arbitrária. O educador deve considerar a história e a vivência dos alunos propiciando situações que favoreçam a aprendizagem, esta intenção se verifica também na Modelagem Matemática ao definir junto com os alunos um problema-caso de interesse e conhecimento dos mesmo, que leve a despertar a motivação necessária para aprofundamento do estudo e o ancoramento de novos saberes durante o processo de levantamento de dados, formulação e seleção das hipóteses, conjectura do modelo em linguagem matemática e avaliação/testagem do modelo

final.

Na busca de modelos de solução para o caso-problema do lago municipal de Mineiros, foi perceptível que os alunos recorreram aos conhecimentos geométricos que já conheciam, como por exemplo, as fórmulas de áreas de figuras geométricas básicas (triângulo, retângulo, quadrado, trapézio) e empregaram estes conhecimentos no caso proposto, formulando um modelo de solução. O processo de interação entre aluno-aluno e alunos-professor pesquisador durante as aulas remotas síncronas, na qual compartilharam suas descobertas, resultados e os modelos de solução, possibilitou ampliar o horizonte de conhecimento de todo o grupo de pesquisa, por meio da experiência vivida por cada aluno e pesquisador.

Apesar do grupo de alunos ser pequeno em comparação ao total de alunos que poderiam participar da pesquisa, os mesmos abrilhantaram o projeto com suas atividades e com as contribuições de falas e escritas durante o caminhar da sequência didática. Foi possível verificar a dedicação, o entusiasmo e o envolvimento dos alunos com o caso em estudo. Muitas das atividades destacaram-se pela maneira detalhada e organizada de apresentar os resultados, talvez isso se deva à liberdade de participação do projeto que garantiu que somente os alunos com real interesse na pesquisa participassem, sem a obrigatoriedade e a cobrança avaliativa imposta pelo atual modelo escolar que se inserem.

Por fim, verifica-se indícios de que a sequência didática proposta neste trabalho, conseguiu sugerir um exemplo de como utilizar a Modelagem Matemática no ensino de conteúdos geométricos, em formato totalmente remoto, de maneira a tornar a aprendizagem dos alunos mais significativa. Um dos principais indícios de que realmente as atividades tiveram significado na vida dos alunos, foram as declarações finais que comprovam, com falas do tipo: “adicionou muito em minha vida”; “posso cogitar a faculdade de arquitetura”; “tudo que foi ensinado não esquecerei”.

Conclui com este longo caminho percorrido, a impossibilidade de definir-se um ponto de chegada, pois a partir deste caminhar, abrem-se novas possibilidades de percursos ainda não desbravados, ou que talvez estejam tão abandonados que necessitem rever, revelar e modificar suas possibilidades. Espera-se que surjam novas pesquisas sobre o uso da Modelagem Matemática no ensino, resgatando os conteúdos geométricos e despertando nos alunos um olhar significativo sobre os conteúdos e disciplinas que os trarão a novos lugares e saberes.

REFERÊNCIAS

AGRA, Glenda; FORMIGA, N. S. ; OLIVEIRA, P. S. ; COSTA, M. M. L. ; FERNANDES, M. G. M. ; NOBREGA, M. M. L. . Análise do conceito de Aprendizagem Significativa à luz da Teoria de Ausubel. **Revista Brasileira de Enfermagem**, v. 72, p. 258-265, 2019.

ARAKI, Paulo Henrique Hideki. **Atividades Experimentais Investigativas em Contexto de aulas com Modelagem Matemática: Uma Análise Semiótica**. Orientador: Profa. Dra. Karina Alessandra Pessoa da Silva. 2020. 178 f. Dissertação (Mestre em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal Do Paraná, Londrina, 2020.

ASSÍNCRONO In: **DICIO**, Dicionário Online de Português. Porto: 7Graus, 2021. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/assincrono/>. Acesso em: 01/07/2021.

BARALDI, Ângela Pereira. **Modelagem Matemática: Um recurso facilitador no processo ensino-aprendizagem**. Orientador: Prof. Dr. Edivaldo Romanini. 2018 101 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Três lagoas - MS, 2018.

BARBOSA, Jonêi Cerqueira. **O que pensam os professores sobre modelagem Matemática?**. ZETETIKÊ, CEMPEM - FE/ UNICAMP, p. 67-85. 1999. Disponível em: <<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646835/13736>>. Acesso em: 13 out. 2019.

BARROS, Carina Simionato de; GAMEIRO, Augusto Hauber. Modelagem matemática como ferramenta pedagógica de gestão em uma escola-fazenda. **Trilhas Pedagógicas**, São Paulo, v. 6, n. 6, p. 111-130, Ago 2016. Disponível em: <http://www.fatece.edu.br/arquivos/arquivos%20revistas/trilhas/volume6/7.pdf> Acesso em: 13 out. 2019.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2011.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 4. ed. 2ª reimpressão São Paulo: Contexto, 2019.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **ALEXANDRIA** , Florianópolis-SC, v.2, n.2, p.7-32, 1 jul. 2009. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37939>>. Acesso em: 13 out. 2019.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 5 ed., 5ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2021.

BOIAGO, Carlos Eduardo Petronilho. **Área de figuras planas: uma proposta de ensino com Modelagem Matemática**. Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Odaléa Aparecida Viana. 2015, 252 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG, 2015.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Médio. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>. Acesso em 13 out. 2019.

BRAZ, June Cristien. **Funções estudadas no primeiro ano do Ensino Médio e suas aplicações**. Orientador: Prof. Me. Danilo Adrian Marques. 2019. 114 p. Dissertação (Mestre em Matemática) - Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, 2019.

BRITO, Dirceu dos Santos. **Aprender geometria em práticas de Modelagem Matemática: uma compreensão fenomenológica**. Orientador: Profa. Dra. Lourdes Maria Werle de Almeida. 2018, 205 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina-PR, 2018.

BRITO, Willian Henrique de. **A modelagem matemática como estratégia de ensino e uma proposta para a abordagem de problemas reais via ajuste de curvas**. Orientador: Profa. Dra. Patricia Hess. 2019. 84 p. Dissertação (Mestrado Profissional Em Matemática Em Rede Nacional) - Universidade Tecnológica Federal Do Paraná, Curitiba, 2019.

BURAK, Dionísio. A Modelagem Matemática na Perspectiva da Educação Matemática: Olhares Múltiplos E Complexos. EMSF - **EDUCAÇÃO MATEMÁTICA SEM FRONTEIRAS**, Chapecó-RS, v. 1, n. 1, p. 96-111, jan-junho 2019. Disponível em: <<https://periodicos.uffs.edu.br/index.php/EMSF/article/view/10740>>. Acesso em: 13 out. 2019.

CALIANI, Fabrício José Oliveira. **Um Aplicativo de Celular como Alternativa Metodológica para o Ensino de Semelhança de Triângulos e Pirâmides**. Orientador: Prof.a Dr.a Rita de Cássia Pavan Lamas. 2021. 61 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", São José do Rio Preto, 2021.

CHIZZOTTI, Antônio. A pesquisa qualitativa em Ciências Humanas e Sociais: evolução e desafios. **Revista Portuguesa de Educação**. v.2, n.2, p.221-236, 2003. Disponível em: <http://www.grupodec.net.br/wpcontent/uploads/2015/10/Pesquisa_Qualitativa_em_Ciencias_Sociais_e_Humanas_-_Evolucoes_e_Desafios_1_.pdf>. Acesso em: 06 out. 2019.

COLEMARX. Coletivo de Estudos em Marxismo e Educação. **Em defesa da educação pública e comprometida com a igualdade social**. Por que os trabalhadores não devem aceitar aulas remotas? Rio de Janeiro: Colemarx, 2020. C3%ADtico-EaD-vers%C3%A3o-final-b-1.pdf. Acesso em: 1 jun. 2020.

CORRÊA, Janaína da Silva. **Registros de representação semiótica mobilizados na obtenção do volume de um cilindro: uma atividade orientada pelos princípios da Modelagem Matemática**. Orientadora: Prof.^a Dr.^a Rita de Cássia Pistóia Mariani. 2017, 124 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria - RS, 2017.

CUNHA, Jhefrendy Moraes. **Modelagem Matemática E As Propostas Da BNCC: Contribuições Para O Ensino De Sequências No Ensino Médio**. Orientador: Prof(a). Dr(a) Adriana Luiza Prado. 2020. 97 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ, Curitiba, 2020.

DA SILVA, Sani De Carvalho Rutz .; SCHIRLO, Ana Cristina . Teoria da aprendizagem significativa de Ausubel: reflexões para o ensino de Ciências frente às novas realidades da sociedade. **Imagens da Educação**, v. 4, p. 36-42, 2014

DAMIANI, Magda Floriana; ROCHEFORT, Renato Siqueira; CASTRO, Rafael FONSECA de; DARIZ, Marion Rodrigues; PINHEIRO, Silvia Siqueira. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação**, Pelotas, n. 45, p. 57-67, maio/agosto 2013. Disponível em: <<https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/3822>>. Acesso em: 15 out. 2019.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. Educação Matemática: Representação e Construção em Geometria. 1ª. ed. Poto Alegre-RS: Artes Médicas Sul, 1999. v. 1. 227p .

FERNANDES, Flavio. **A Modelagem Matemática como prática pedagógica no Ensino Médio integrado em administração do IFSC - Caçador**. Orientador: Prof. Dr. Vitor José Petry. 2016, 141 p. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó - RS, 2016.

FERNANDES, Lacordério Tavares. **Aprendizagem significativa: uma proposta de ensino e aprendizagem da geometria euclidiana espacial no Ensino Médio**. Orientador: Prof. Dr. Francisco de Assis Bandeira. 2015, 155 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal - RN, 2015.

FERREIRA, Alex dos Santos. **A Modelagem Matemática aplicada ao estudo da geometria plana e espacial: área, perímetro e volume**. Orientador: Prof. Dr. Disney Douglas de Lima Oliveira. 2020, 94 p. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus - AM, 2020.

FERREIRA, Neuber Silva. **Modelagem Matemática e Aprendizagem Móvel como estratégia pedagógica para o ensino de Matemática no Ensino Médio**. Orientador: Prof. Dr. Carlos Fernando de Araújo Júnior. 2020. 377 f. Tese de Doutorado (Doutorado Em Ensino De Ciências E Matemática) - Universidade Cruzeiro Do Sul, São Paulo, 2020.

FERRUZZI, Elaine Cristina; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. Diálogos em modelagem matemática. **Ciênc. Educ.**, Bauru-SP, v. 21, n. 2, p. 377-394, 2015. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1516-73132015000200008&script=sci_abstract&tlng=pt>. Acesso em: 13 out. 2019.

FOGAÇA, Mônica. **Blog no ensino de ciências: uma ferramenta cultural influente na formação de identidades juvenis**. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2011.

FONSECA, Kátia Rúbia Silva Carneiro. **Modelagem Matemática no Ensino Básico**. Orientadora: Prof. Dra. Kélem Gomes Lourenço. 2017, 66 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade Federal de Goiás - Instituto de Matemática e Estatística, Goiânia -GO, 2017.

GALVANI, Ingridi Rodrigues Charal. **A Modelagem Matemática e o desenvolvimento da autonomia: um estudo com estudantes do Ensino Médio**. Orientadora: Profª Drª Lilian Akemi

Kato. 2016, 108 p. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá- Centro de Ciências Exatas, Maringá-PR, 2016.

GAMBOA, Silvio Sánchez. **Projetos de pesquisa, fundamentos lógicos**: a dialética entre perguntas e respostas. Chapecó: Argos, 2013.

GENEROSO, Luís Henrique Cabral. **Modelagem Matemática e Metodologia Ativa: Práticas Pedagógicas Alternativas ao Ensino Tradicional**. Orientador: Prof. Dr. Vinicius Machado Pereira dos Santos. 2019, 55 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática PROFMAT) - Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá- MT, 2019.

GIRALDI, Olga Cristina Penetra. **Um estudo sobre a criatividade em um ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática**. Orientador: Prof. Dr. Alvino Alves Sant'Ana. 2020. 143 p. Dissertação (Mestre em Ensino de Matemática) - UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL, Porto Alegre, 2020.

GODOY, Arilda Schmidt. Pesquisa Qualitativa - tipos fundamentais. **Revista de Administração de Empresas**. São Paulo: RAE, v. 35, p. 20-29, maio/jun. 1995.

GOMES, Maria João. Blogs: um recurso e uma estratégia pedagógica. In: MENDES, António; PEREIRA, Isabel; COSTA, Rogério (eds), **VII Simpósio Internacional de Informática Educativa - SIIIE05**. Leiria: Escola Superior de Educação de Leiria, 311-315, 2005.

GONÇALES, Alan Francisco de Souza. **O ensino de matemática através da construção de uma edificação no software Sweet Home 3D**: uma proposta de ensino para jovens retidos no Ensino Fundamental II. Orientador: Prof. Dr. Sérgio Rodrigues. 2019. 58 p. Dissertação (Mestre em Matemática) - Universidade Federal Da Grande Dourados, Dourados - MS, 2019.

HAHN, Cristiane. **Estudo de mobiliário escolar: um olhar para a sala de aula através da Modelagem Matemática**. Orientadora: Prof^a Dr^a Karine Faverzani Magnago. 2016, 95 p. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade Federal de Santa Maria - Centro de Ciência Naturais e Exatas, Santa Maria - RS, 2016.

IRITANI, Mara Akie. **Modelação matemática tridimensional para a proteção das captações de água subterrânea**. 1998. 200f. Tese (Doutorado em Recursos Minerais e Hidrogeologia) – Instituto de Geociências, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998.

JUNIOR, Edmilson Ferreira Pereira. **Modelagem na educação e geometria: contribuições para inclusão de estudante com deficiência intelectual**. Orientador: Profa. Dra. Jurema Lindote Botelho Peixoto. 2020. 108 p. Dissertação (Mestre em Educação Matemática) - UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ, Ilhéus - BA, 2020.

LITTIG, Jonisario. **Modelagem Matemática e o conhecimento reflexivo**: um estudo a partir da captação da água da chuva. Orientador: Prof. Dr. Luciano Lessa Lorenzoni. 2016, 137 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória -ES, 2016.

LORIN, Ana Paula Zanim. **Competências dos alunos em atividades de Modelagem Matemática**. Orientadora: Prof. Dra. Lourdes Maria Werle de Almeida. 2015, 164 p.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina-PR, Londrina-PR, 2015.

MACHADO, Minéia Bortole. **Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem de estatística na Educação Básica**. Orientador: Prof. Dr. Alvinho Alves Sant'Ana. 2017, 155 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre - RS, 2017.

MAUÉS, Janir Assunção. **Geometria analítica a partir de georreferenciamento: construindo aplicativos em sala de aula no ensino médio, via Modelagem Matemática**. Orientador: Prof. Dr. Fábio José da Costa Alves. 2017, 161 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará, Belém - PA, 2017.

MERLIM, Gabrielle Ribeiro da Silva Rocha. **Modelagem Matemática no Ensino Médio: um panorama de estudos e suas contribuições**. Orientador: Prof. Dra. Rosimeire Aparecida Soares Borges. 2020. 105 p. Dissertação (Mestre em Educação) - Universidade Do Vale Do Sapucaí, Pouso Alegre - MG, 2020.

MICHAELIS. **Moderno dicionário da língua portuguesa**. 7. ed. São Paulo: Melhoramentos. 2010.

MORAES, Ângela Maria. **Modelagem Matemática: um estudo quali-quantitativo com alunos do 2º ano do Ensino Médio**. Orientadora: Dra. Élide Alves da Silva. 2019 104 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT) - Universidade Federal de Goiás, Catalão -GO, 2019.

MOREIRA, Marco Antônio.; MASINI, Elcie Aparecida Fortes Salzano. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. 2.ed. São Paulo: Centauro, 2006.

OLIVEIRA, Fabiane. Lopes de. **Educação transformada em EAD durante a pandemia: quem está por trás dessa ação?** In: AUGUSTO, C. B.; SANTOS, R. D. (Orgs.). **Pandemias e pandemônio no Brasil**. São Paulo: Tirant lo Blanch, 2020. p. 247-260.

PAIXÃO, Roberto Brasileiro; BRUNI, Adriano Leal. **Mestrados Profissionais: características, especificidades, diferenças e relatos de sucesso**. **Administração: Ensino e pesquisa**, Rio de Janeiro -RJ, nº 2, v. 14, p. 279-309, 23 jan. 2013.

PEREIRA, Luciano David. **Projetos de Modelagem Matemática no ensino para a aprendizagem de Geometria espacial no 2º ano do Ensino Médio**. Orientador: Prof. Dr. Frederico da Silva Reis. 2017, 124 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto - MG, 2017.

PRETTO, Nelson. de Luca.; BONILLA, Maria. Helena Silveira; SENA, Ivânia Paula Freitas. de Souza (Org.). **Educação em tempos de pandemia: reflexões sobre as implicações do isolamento físico imposto pela COVID-19**. Salvador: Edição do autor, 2020.

PROFMAT: **Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional**. Rio de Janeiro -RJ: Sociedade Brasileira de Matemática, 2020. Disponível em: <https://www.profmatsbm.org.br/organizacao/apresentacao/>. Acesso em: 10 jul. 2020.

RENÓFIO, Cíntia. **Algumas atividades e construções geométricas para o ensino de geometria aplicadas ao Ensino Médio**. Orientadora: Profa. Dra. Tatiana Miguel Rodrigues de Souza. 2020, 85 p. Dissertação (Mestrado em Matemática Profissional em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru -SP, 2020

ROSA, Rozély Xavier. **Projeto de Modelagem Matemática e teoremas em ação**: uma investigação sobre os conceitos de área e perímetro. Orientadora: Profa.Dra. Lilian Akemi Kato. 2017, 124 p. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá-PR, 2017.

SAE - Digital. *In: O que são aulas remotas?* : Confira aqui. [S. l.], 5 jun. 2020. Disponível em: <https://sae.digital/aulas-remotas/>. Acesso em: 1 jul. 2021.

SAMPIERI, Roberto Hernández; COLLADO, Carlos Fernández; LUCIO, Maria del Pilar Baptista. **Metodologia de pesquisa**. Tradução:Daisy Vaz de Moraes. 5 ed. Porto Alegre: Penso, 2013.

SANTOS, Alexandre Xavier dos. **Unidade de ensino potencialmente significativa com Modelagem Matemática para a aprendizagem do conceito de volume em uma escola militar do RS**. Orientadora: Maria Cecília Pereira Santarosa. 2017, 151 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria - RS, 2017.

SANTOS, Douglas Borreio Maciel dos. **Um panorama de pesquisas sobre o uso da Modelagem Matemática no Ensino Médio: 2010 a 2014**. Orientadora: Profa. Dra. Sonia Barbosa Camargo Iglioni. 2016, 129 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo -PUC/SP, São Paulo -SP, 2016.

SANTOS, Fábio Address dos. **Modelagem Matemática e bicicleta**: proposta de ensino e de aprendizagem para alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola no município de Santana-AP. Orientadora: Dra. Marli Teresinha Quartieri. 2015 , 129 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) - Centro Universitário UNIVATES, Lajeado - RS, 2015.

SELLA, Adilson Antônio. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. Orientador: Prof. Dr. Geraldo Lúcio Diniz. 2016, 63 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática PROFMAT) - Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá- MT, 2016.

SILVA, Benedita. Aparecida de Toledo. **Um estudo Sobre Geometria Espacial: Conhecimentos e Dificuldades Expressos por Alunos do Ensino Médio**. 2010, 161f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2010.

SILVA, Cíntia da. **Aprendizagem Significativa em atividades de Modelagem Matemática**. Orientadora: Profª Dra. Lourdes Maria Werle de Almeida. 2018, 145 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina-PR, 2018.

SILVA, Cristiane Rocha; GOBBI, Beatriz Christo; SIMÃO, Ana Adalgisa. O uso da análise de conteúdo como uma ferramenta para a pesquisa qualitativa: descrição e aplicação do

método. **Organ. rurais agroind**, Lavras-MG, v. 7, n. 1, p. 70-81, 2005. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/278001718_O_USO_DA_ANALISE_DE_CONT EUDO_COMO_UMA_FERRAMENTA_PARA_A_PESQUISA_QUALITATIVA_DESCR ICAO_E_APLICACAO_DO_METODO>. Acesso em: 15 out. 2019.

SILVA, Sérgio Joaquim da. **Dinâmica de máquinas rotativas**: Um Instrumento De Aprendizagem No Ensino Médio. Orientador: Dr. Fernando Kennedy da Silva. 2019. 66 p. Dissertação (Mestre em Matemática) - UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS, Catalão - GO, 2019.

SÍNCRONO In: **DICIO**, Dicionário Online de Português. Porto: 7Graus, 2021. Disponível em: [<https://www.dicio.com.br/sincrono/>]. Acesso em: 01/07/2021.

TITONELI, Luana Miranda Baltazar. **A Observação de Padrões**: Modelagem Matemática através de Sequências Numéricas e Objetos Geométricos. Orientador: **Prof. Eduardo Barbosa Pinheiro**. 2017, 78 p. Dissertação (Mestrado em Matemática) - PUC-Rio, Rio de Janeiro -RJ, 2017.

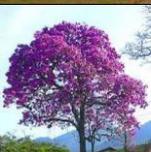
TOMBOLATO, Mário Augusto; SANTOS, Manoel Antônio dos. Análise Fenomenológica Interpretativa (AFI): fundamentos básicos e aplicações em pesquisa. **Rev. abordagem gestalt.**, Goiânia, v. 26, n. 3, p. 293-304, dez. 2020. Disponível em <http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S180968672020000300006&lng=pt&nrm=iso>. acessos em 27 jun. 2021. <http://dx.doi.org/10.18065/2020v26n3.5>.

VARGAS, Andressa Franco. **Do campo à matemática**: os princípios da modelagem matemática para uma aprendizagem significativa. Orientador: Profa. Dra. Eleni Bisognin. 2020. 142 p. Dissertação (Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.) - UNIVERSIDADE FRANCISCANA, Santa Maria - RS, 2020.

XAVIER, André Felipe de Almeida. **Matemática no ensino superior: a avaliação da prática docente**. Orientador: rof^a Dr^a Áurea Regina Guimarães Thomazi. 2015. 118 p. Dissertação (Mestrado em Gestão Social, Educação e Desenvolvimento Local. UNA, Brasil.) – Centro Universitário UNA, Belo Horizonte, 2015. Disponível em: <<http://www.mestradoemgsedl.com.br/wp-content/uploads/2015/06/Andr%C3%A9-Felipe-de-Almeida-Xavier.pdf>>. Acesso em: 13 out. 2019.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Lista de árvores típicas do cerrado

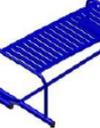
Árvores do Cerrado			
NOME	IMAGENS	PORTE	Valor da muda
Angico		Altura: 13 m – 20 m Raio de ocupação: 4,5 m	R\$: 30,00
Araticum		Altura: 6 m – 8 m Raio de ocupação: 2,5 m	R\$: 30,00
Bálsamo		Altura: 15 m – 20 m Raio de ocupação: 5 m	R\$: 45,00
Baru		Altura: 15 m – 25 m Raio de ocupação: 5,5 m	R\$: 45,00
Cedro		Altura: 15 m – 25m Raio de ocupação: 5,5 m	R\$: 45,00
Goiaba		Altura: 3 m – 6 m Raio de ocupação: 2 m	R\$: 30,00
Graviola		Altura: 4 m – 6 m Raio de ocupação: 3,0 m	R\$: 30,00
Ipê amarelo		Altura: até 30 m Raio de ocupação: 5 m	R\$: 50,00
Ipê Branco		Altura: até 30 m Raio de ocupação: 5 m	R\$: 50,00
Ipê Rosa		Altura: até 30 m Raio de ocupação: 5 m	R\$: 50,00
Ipê Roxo		Altura: até 30 m Raio de ocupação: 5 m	R\$: 50,00

Jatobá		Altura: 8 m – 15 m Raio de ocupação: 4 m	R\$: 40,00
Jenipapo		Altura: 13 m – 20 m Raio de ocupação: 5,5 m	R\$: 40,00
Jequitibá		Altura: até 50 m Raio de ocupação: 7 m	R\$: 45,00
Murici do cerrado		Altura: 2 m – 5 m Raio de ocupação: 2 m	R\$: 30,00
Mutambo		Altura: até 30 m Raio de ocupação: 5 m	R\$: 45,00
Olho de Cabra		Altura: 15 m – 20 m Raio de ocupação: 6 m	R\$: 40,00
Pata de Vaca		Altura: 5 m – 9 m Raio de ocupação: 3 m	R\$: 45,00
Pau Ferro		Altura: 20 m – 30 m Raio de ocupação: 5,5 m	R\$: 40,00
Pimenta de macaco		Altura: 4 m – 6 m Raio de ocupação: 2,0 m	R\$: 30,00
Tamboril		Altura: 20 m – 35 m Raio de ocupação: 6,0 m	R\$: 40,00

APÊNDICE B – Lista de equipamentos de academia ao ar livre

TABELA DE ACADEMIA AO AR LIVRE				
IMAGEM	NOME	DESCRIÇÃO	VALOR	DIMENSÕES EM SOLO
	TWIST LATERAL DUPLO	Trabalha o tronco e o quadril proporcionando força e equilíbrio.	R\$ 2.000,00	1X1
	RODA DE OMBRO	Proporciona amplitude dos movimentos dos ombros e braços, melhorando a coordenação motora.	R\$ 2.812,50	1X0,7
	RODA DE OMBRO DUPLO	Proporciona amplitude dos movimentos dos ombros e braços, melhorando a coordenação motora.	R\$ 2.875,00	1 X1,20
	RODA DE OMBRO TRIPLO	Proporciona amplitude dos movimentos dos ombros e braços, melhorando a coordenação motora.	R\$ 3.300,00	1,5X1,5
	ROTAÇÃO DIAGONAL COM VERTICAL		R\$ 2.200,00	1 X1,5
	ROTAÇÃO VERTICAL TRIPLA		R\$ 2.430,00	1X2
	RODA DUPLA	TRABALHA TODAS AS ARTICULAÇÕES DOS OMBROS E COTOVELO, PROPORCIONANDO AUMENTO DA COORDENAÇÃO MOTORA DOS MEMBROS SUPERIORES	R\$ 1.875,00	1,5X1,5
	SIMULADOR DE REMO	EQUIPAMENTO QUE TRABALHA TODOS OS MÚSCULOS SUPERIORES E POSTERIORES DAS COSTAS. FORTALECENDO E DEFININDO A MUSCULATURA, ALÉM DE AMPLIAR MOVIMENTOS.	R\$ 1.875,00	1,5X0,7
	SIMULADOR DE CAVALGADA INDIVIDUAL	TRABALHA OS MUSCULOS SUPERIORES E POSTERIORES DAS COSTAS, COMO: PEITORAL, DORSAL, BRAÇOS E TAMBÉM OS MÚSCULOS INFERIORES, QUADRÍCEPS E GÊMEOS, FORTALECENDO E DEFININDO A MUSCULATURA, ALÉM DE AMPLIAR OS MOVIMENTOS	R\$ 1.950,00	0,5X1,20
	SIMULADOR DE CAVALGADA DUPLO	TRABALHA OS MUSCULOS SUPERIORES E POSTERIORES DAS COSTAS, COMO: PEITORAL, DORSAL, BRAÇOS E TAMBÉM OS MÚSCULOS INFERIORES, QUADRÍCEPS E GÊMEOS, FORTALECENDO E DEFININDO A MUSCULATURA, ALÉM DE AMPLIAR OS MOVIMENTOS	R\$ 2.625,00	1,5X1,20

	SIMULADOR DE CAVALGADA TRIPLO	TRABALHA OS MÚSCULOS SUPERIORES E POSTERIORES DAS COSTAS, COMO: PEITORAL, DORSAL, BRAÇOS E TAMBÉM OS MÚSCULOS INFERIORES, QUADRÍCEPS E GÊMEOS, FORTALECENDO E DEFININDO A MUSCULATURA, ALÉM DE AMPLIAR OS MOVIMENTOS.	R\$ 3.930,00	2X1,30
	LEG PRESS DUPLO	EQUIPAMENTO PARA TRABALHAR OS MEMBROS INFERIORES.	R\$ 2.000,00	2X2
	LEG PRESS TRIPLO	EQUIPAMENTO PARA TRABALHAR OS MEMBROS INFERIORES.	R\$ 2.475,00	3X2
	BARRA ALTA GIRATÓRIA OU ALONGADOR 2 ALTURAS	EQUIPAMENTO QUE TRABALHA FORÇA E COORDENAÇÃO, PARA IMPULSÃO DO TRONCO.	R\$ 1.937,50	1,20X1
	SIMULADOR DE CAMINHADA INDIVIDUAL	EQUIPAMENTO QUE AUXILIA NO EQUILÍBRIO E NA COORDENAÇÃO MOTORA DOS MEMBROS INFERIORES E NA RESISTÊNCIA AERÓBICA.	R\$ 1.800,00	1X1
	SIMULADOR DE CAMINHADA DUPLO	EQUIPAMENTO QUE AUXILIA NO EQUILÍBRIO E NA COORDENAÇÃO MOTORA DOS MEMBROS INFERIORES E NA RESISTÊNCIA AERÓBICA.	R\$ 2.540,00	2X1
	SIMULADOR DE CAMINHADA TRIPLO	EQUIPAMENTO QUE AUXILIA NO EQUILÍBRIO E NA COORDENAÇÃO MOTORA DOS MEMBROS INFERIORES E NA RESISTÊNCIA AERÓBICA.	R\$ 3.800,00	3X1
	SIMULADOR DE ESQUI INDIVIDUAL	EQUIPAMENTO QUE AUXILIA NO EQUILÍBRIO E NA COORDENAÇÃO MOTORA DOS MEMBROS INFERIORES E NA RESISTÊNCIA AERÓBICA.	R\$ 1.950,00	1,5X2
	SIMULADOR DE ESQUI DUPLO	EQUIPAMENTO QUE AUXILIA NO EQUILÍBRIO E NA COORDENAÇÃO MOTORA DOS MEMBROS INFERIORES E NA RESISTÊNCIA AERÓBICA.	R\$ 2.625,00	2,5X2
	SIMULADOR DE ESQUI TRIPLO	EQUIPAMENTO QUE AUXILIA NO EQUILÍBRIO E NA COORDENAÇÃO MOTORA DOS MEMBROS INFERIORES E NA RESISTÊNCIA AERÓBICA.	R\$ 3.930,00	3,5X 2
	ELÍPTICO INDIVIDUAL		R\$ 1.800,00	1,6X0,5

	ELÍPTICO DUPLO		R\$ 2.540,00	1,5X1,7
	ELÍPTICO TRIPLO		R\$ 3.800,00	2X1,6
	SURF COM PRESSÃO DE PERNAS		R\$ 2.400,00	2X1,7
	ESTAÇÃO MULTI USO		R\$ 5.362,50	3X1,6
	PUXADOR DE COSTAS COM PEITORAL		R\$ 2.940,00	2X1
	PUXADOR DE COSTAS DUPLO		R\$ 2.540,00	2X2
	PEITORAL DUPLO		R\$ 2.540,00	2X2,5
	BANCO SIMPLES DE FERRO		R\$ 990,00	3X1
	BANCO PARA ABDOMINAL SIMPLES		R\$ 1.125,00	3X1,5
	BANCO PARA ABDOMINAL DUPLO		R\$ 1.875,00	3X3,5
	BARRA 02 NÍVEIS		R\$ 915,00	2X1

	BARRA 03 NÍVEIS		R\$ 1.187,50	3X1
	BARRA PARALELA		R\$ 1.212,50	2X2,5
	PLACA AR LIVRE (APARELHOS/EXERCÍCIOS/MUSCULOS)		R\$ 820,00	3X0,5
	PLACA AR LIVRE (EXERCÍCIOS DE ALONGAMENTO)		R\$ 820,00	3X0,5

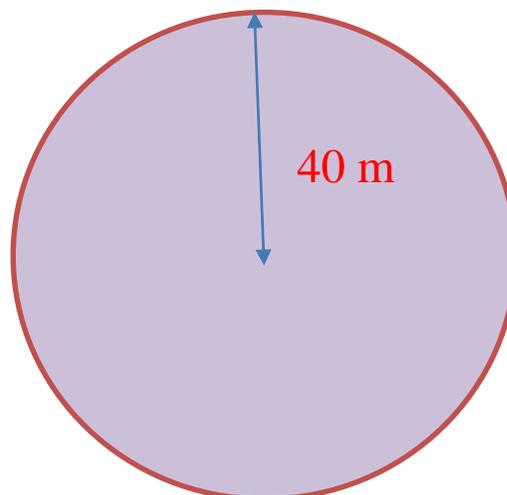
APÊNDICE C – Lista de câmeras de vigilância

CÂMERAS DE MONITORAMENTO			
NOME	IMAGEM	ALCANCE VISÃO	VALOR
Câmera IP Intelbras VIP 3220 D, Full HD, 1080p, PoE, Lente 2,8mm		Alcance de Visão: 20 m Ângulo de visão horizontal: 112° Ângulo de visão vertical: 60°	R\$: 399,34
Câmera IP Rotativa Isee Dome Gira 320° Prova D'água Externa		Alcance de Visão: 15 m Ângulo de visão horizontal: 320° Ângulo de visão vertical: 110°	R\$: 238,50
Câmera Speed Dome zoom de 20x Hdcvi Vhd 3120 Sd - Intelbras		Alcance de Visão: 120 m Ângulo de visão horizontal: 360° Ângulo de visão vertical: 110°	R\$: 2.408,63
Câmera Hikvision Speed Dome Full Hd		Alcance de Visão: 100 m Ângulo de visão horizontal: 360° Ângulo de visão vertical: 90°	R\$: 2.000,00

APÊNDICE D – Modelo de poste de iluminação

ILUMINAÇÃO PÚBLICA

Utilizaremos postes com dois refletores.
A potencia de iluminação de cada poste será de uma área de 40 metros de raio.



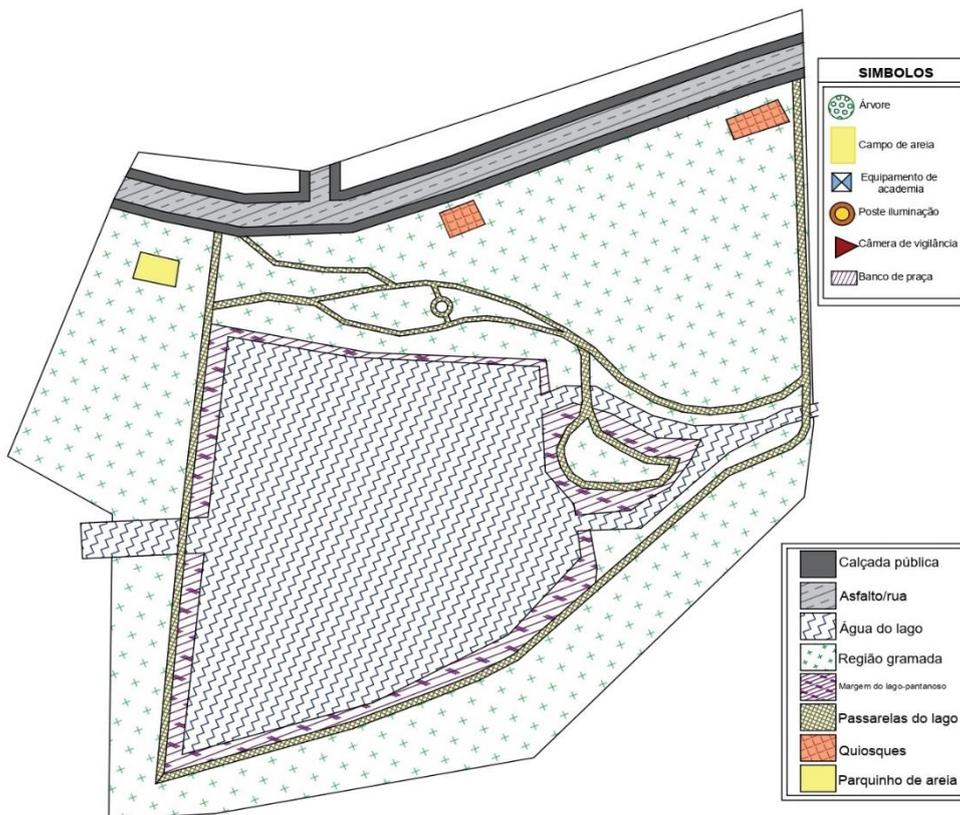
APÊNDICE E – Modelo de banco da praça

BANCO DE PRAÇA

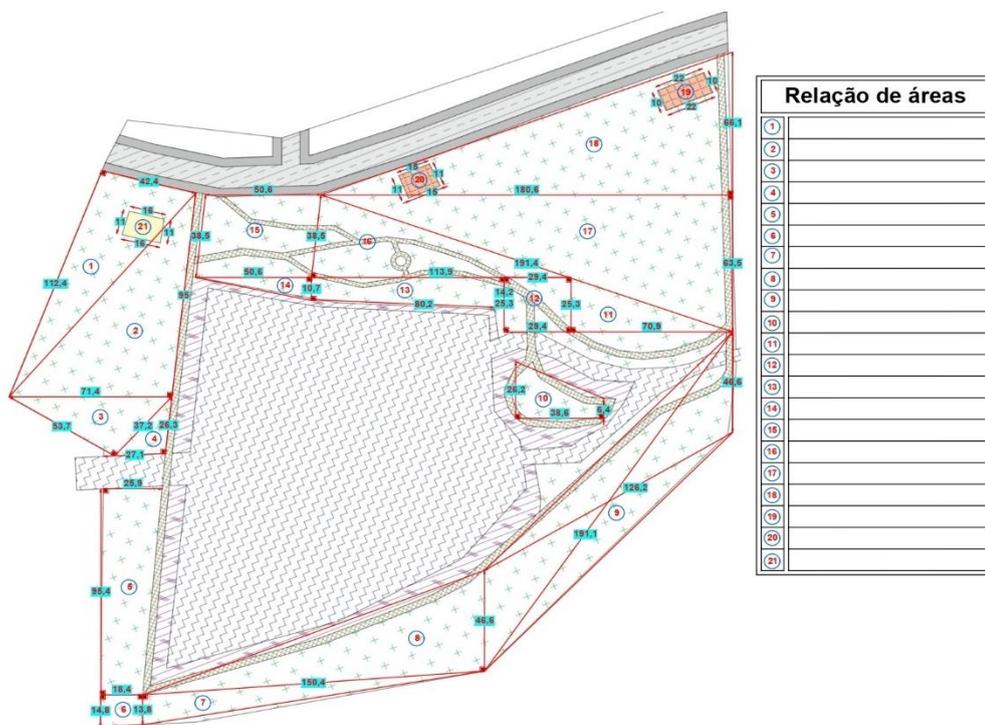
Utilizaremos bancos de praça feitos em concreto, com as seguintes dimensões: 2,5 x 1,5 metros.
Valor unitário R\$:350,00



APÊNDICE F – Desenho/planta modelo do lago



APÊNDICE G – Desenho/planta medidas do lago



APÊNDICE H – Questionário Inicial

QUESTIONÁRIO INICIAL

Olá, meu nome é Vitor Franco Rodrigues e estou muito feliz por você ter aceitado participar voluntariamente do meu projeto de pesquisa "Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem de Geometria no Ensino Médio", desenvolvida para o Programa de Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, ofertado na cidade de Jataí, e tem como objetivo principal analisar as possíveis contribuições da Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem de Geometria no Ensino Médio.

Tenho certeza que iremos aprender juntos e desenvolver um belo trabalho. Este questionário faz parte dos instrumentos elaborados para a coleta de dados da pesquisa. É importante ressaltar que as respostas aqui fornecidas serão tratadas dentro do mais absoluto sigilo, garantindo a privacidade e o anonimato dos participantes. Dessa forma, pedimos que o responda com toda SINCERIDADE.

Instruções:

- O presente questionário possui dois blocos de perguntas, o 1º bloco tem a intenção de conhecer um pouco mais sobre você, participante desta pesquisa, para melhor compreender quais são as características da população pesquisada, como idade, sexo, raça/cor e cidade natal.
- Já o 2º bloco refere-se a sua relação com a disciplina de Matemática e os conteúdos de Geometria.
- Marque com um X dentro dos parênteses () somente uma das opções de cada pergunta.
- Os comentários são opcionais, entretanto se você tiver algum comentário/sugestão para acrescentar, será muito bem vindo.
- Responda com sinceridade as perguntas e relembramos que as informações são anônimas (não coloque o seu nome).
- Espero que você responda todas as perguntas deste questionário, entretanto, você tem a liberdade de não respondê-las, caso deseje.

Obrigado pela sua participação!

E-mail *

E-mail válido

Este formulário está coletando e-mails. [Alterar configurações](#)

Após a seção 1 Continuar para a próxima seção

Seção 2 de 4

CARACTERÍSTICAS DOS PARTICIPANTES

Descrição (opcional)

1. Qual o seu nome? *

Texto de resposta curta

2. Sexo: *

- Feminino
- Masculino
- Não desejo informar

3. Idade: *

- 14 anos ou menos;
- 15 anos;
- 16 anos;
- 17 anos ou mais;
- Não desejo informar.

4. Raça/cor (Conforme classificação do IBGE): *

- Branca;
- Parda;
- Preta;

5. Cidade onde nasceu: *

- Mineiros-GO;
- Não desejo informar.
- Outros...

6. Como não podemos nos encontrar presencialmente, utilizaremos o WhatsApp para comunicarmos. Irei montar um grupo para facilitar o andamento da nossa pesquisa. Qual o seu número do WhatsApp? *

Texto de resposta curta

.....

Neste campo você irá postar os documentos TALE [Assinado por vc aluno(a)] e TCLE [Assinado pelo pai/mãe/responsável] Ambos foram postados no Classroom. O envio pode ser de um foto tirada com seu celular de todas as páginas do documento assinadas. Caso não consiga enviar o documento por aqui, encaminhe as fotos para meu WhatsApp (64) 9.9951-1344 - Esses documentos são fundamentais para a pesquisa

 Adicionar arquivo

 Ver pasta

Após a seção 2 Continuar para a próxima seção

Seção 3 de 4

NOME FICTÍCIO

Descrição (opcional)

Para manter o sigilo das suas respostas, você irá escolher um pseudônimo (nome fictício) homenageando a fauna ou flora do cerrado brasileiro. Ex.: Tamanduá bandeira; Ipê roxo; pequizeiro. Descreva o que levou você e escolher este nome. Lembre-se que todas as suas respostas serão registradas com esse nome. *



Texto de resposta longa

.....

Após a seção 3 Continuar para a próxima seção

Seção 4 de 4

RELAÇÃO DOS PARTICIPANTES COM A MATEMÁTICA

Descrição (opcional)

1. Escolha a afirmação que melhor representa sua relação/desempenho com a disciplina de Matemática: *

- Detesto! Sou péssimo em Matemática, sempre tiro notas ruins;
- Não gosto! Tenho dificuldade em passar na disciplina;

Gosto muito! Sempre tiro notas boas;

Não desejo responder.

Outros...

2. Você acredita ser possível estudar conteúdos matemáticos relacionando-os com problemas do mundo real, os quais podem ser vivenciados? *

Nunca;

Algumas vezes;

Sempre;

Não desejo responder.

Outros...

3. Durante sua vida escolar, dentro da disciplina de Matemática, você se recorda de estudar conteúdos de Geometria? Consegue citar algum conteúdo? *

Sim;

Não;

Talvez;

Não desejo responder.

Outros...

Caso sua resposta foi SIM na pergunta anterior, Quais conteúdos você recorda ter estudado dentro da Geometria?

Texto de resposta longa

.....

4. A pesquisadora Estela Kaufman Fainguelernt afirmou que: "O estudo da Geometria é de fundamental importância para se desenvolver o pensamento espacial e o raciocínio ativado pela visualização, necessitando recorrer à intuição, à percepção e à representação, que são habilidades essenciais para a leitura do mundo [...]" (FAINGUELERNT, 1999, p. 53). Você concorda com essa afirmação? Comente. *

Texto de resposta longa

.....

5. Você se sente motivado(a) a participar como voluntário(a) deste projeto de pesquisa e a desafiar-se a resolver junto com sua turma o caso/problema do volume de água do lago municipal de Mineiros-GO "Canto do Cerrado"? Comente. *



Texto de resposta longa

.....

APÊNDICE I – Questionário 2

Questionário 2

Olá! Neste questionário foram elaboradas algumas perguntas sobre o lago municipal de Mineiros-GO "Canto do Cerrado". Talvez para algumas perguntas você não tenha respostas imediatas e necessite pesquisar as respostas na web, indagar professores, amigos, pais, etc. Peço que você responda com paciência, entusiasmo e com muita criatividade, colocando sua cabeça a pensar. Não há uma resposta certa ou errada, este questionário tem a intenção de verificar sua capacidade de analisar um problema, raciocinar e de criar modelos de soluções.

Estas questões norteadoras fazem parte dos instrumentos elaborados para a coleta/produção de dados da pesquisa intitulada "Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem de Geometria no Ensino Médio" do professor Vitor Franco Rodrigues, pertencente ao Programa de Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, ofertado na cidade de Jataí. Em caso de dúvidas me mande uma mensagem via WhastApp (64) 9.9951-1344

E-mail *

E-mail válido

Este formulário está coletando e-mails. [Alterar configurações](#)

1- Como está atualmente o lago municipal de Mineiros-GO? (nesta pergunta destaque os principais aspectos do lago municipal e coloque sua opinião sobre ele, podem ser aspectos positivos e/ou negativos). Em casa de dúvidas sobre o lago, assista o vídeo a baixo. *

Texto de resposta longa

Video de visita ao lago municipal de Mineiros-GO "Canto do Cerrado"



2- O que é possível fazer para melhorar o lago municipal de Mineiros-GO? (Nesta pergunta apresente suas ideias de como melhorar o lago. Sugira o máximo de melhorias possíveis, seja criativo) *

Texto de resposta longa

3- Como você conseguiria descobrir a quantidade de água presente no lago? (Nesta pergunta espero que você me informe como é possível calcular o volume de água do lago, quais são as informações necessárias para conseguir essa informação. Se necessário pesquise na internet, pergunte aos seus professores, pais, amigo, etc) *

Texto de resposta longa

4- Quais são os fatores que interferem na quantidade de água do lago? (Nós sabemos que a quantidade da água presente no lago não é a mesma durante todo o ano. Nesta pergunta, aponte quais são os fatores que irão afetar/ modificar a quantidade de água no lago). *

Texto de resposta longa

APÊNDICE J – Questionário Final

Questionário Final

Oiá!

Obrigado por ter desenvolvido as atividades do projeto "Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem de Geometria no Ensino Médio" do professor Vitor Franco Rodrigues, pertencente ao Programa de Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, ofertado na cidade de Jataí.

Para finalizarmos este projeto gostaria de saber como foi o desenvolvimento das atividades. Quero descobrir quais as suas opiniões, facilidades e dificuldades encontradas durante a execução do projeto.

Em caso de dúvidas me mande uma mensagem via WhatsApp (64) 9.9951-1344

E-mail *
 E-mail válido

 Este formulário está coletando e-mails. [Alterar configurações](#)

Após a seção 1 Continuar para a próxima seção

Seção 2 de 4

Perguntas sobre a "Atividade 1", onde você utilizou as imagens de satélite do Google Earth para retirar as medidas do lago e desenhar formas geométricas. Responda:

Descrição (opcional)

1- Você assistiu o vídeo "AULA GOOGLE EARTH - Realizando medidas " feito pelo professor Vitor que foi disponibilizado no YouTube? *

- Sim
- Não
- Outros...

AULA GOOGLE EARTH - Realizando medidas



2- Você já conhecia o programa "Google Earth" e já havia realizado alguma atividade com ele? *
 Enfrentou alguma dificuldade em sua utilização? Deixe um comentário sobre este programa.



Texto de resposta longa

3- Ao desenhar formas geométricas sobre a área do lago você teve dificuldade? Se sim, relate quais foram: *

Texto de resposta longa

4- Ao enviar a atividade desenvolvida pelo WhatsApp você teve dificuldades? Se sim relate quais foram. *

5- Deixe um comentário sobre o desenvolvimento da atividade 1. Tente apontar quais os conteúdos foram trabalhados. *

Texto de resposta longa

Após a seção 2 Continuar para a próxima seção

Seção 3 de 4

Perguntas sobre a "Atividade 2", onde você utilizou calculou das áreas em volta do lago e projetou a revitalização do lago colocando árvores, equipamentos de ginástica, bancos, campo de areia e câmeras de vigilância. Responda:

Descrição (opcional)

1- Você assistiu os vídeos instrutivos da atividade: "Aula 3 - Exemplo projeto do lago" e "Aula 2 - Projetando o Lago municipal", feitos pelo professor Vítor e disponibilizados no YouTube? *

- Sim, assisti todos
- Sim, só uma parte
- Não
- Outros...

2- Caso você tenha assistido os vídeos, comente se eles ajudaram a compreender a atividade. Se você não assistiu, descreva os motivos. *

Texto de resposta longa

3- Você conseguiu identificar as formas geométricas demarcadas na atividade e calcular todas as áreas empregando fórmulas matemáticas? *

- Sim, mas com dificuldade
- Sim, com facilidade
- Não consegui calcular todas
- Outros...

4- Ao distribuir as árvores, equipamentos de ginástica, bancos, câmeras e campo de areia, como você se saiu? Teve dificuldades? Deixe um comentário sobre essa etapa da atividade. *

Texto de resposta longa

5- Ao fazer o orçamento final do seu projeto você teve dificuldades? Deixe um comentário sobre essa etapa da atividade. *

Texto de resposta longa

6- Deixe um comentário geral sobre a "Atividade 2" e tente apontar quais os conhecimentos foram trabalhados. *

Texto de resposta longa

Após a seção 3 Continuar para a próxima seção

Seção 4 de 4

Comentários gerais sobre o projeto

Descrição (opcional)

Para finalizar, peço que você faça um comentário geral sobre sua participação no projeto. Tente descrever sua opinião sobre esta metodologia educativa, que tenta aproximar um caso real com conteúdos matemáticos. Apresente suas ideias, opiniões a respeito do atual modelo e ensino matemático e compare com a forma trabalhada neste projeto. Sugira melhorias, aponte as falhas e deixe os elogios também. Obrigado de coração! Que Jesus ilumine sua jornada educacional e profissional. Abraços, Prof. Vítor Franco *

Texto de resposta longa



INSTITUTO FEDERAL
DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Goiás

Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática

VÍTOR FRANCO RODRIGUES

ADELINO CÂNDIDO PIMENTA

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

ENSINANDO GEOMETRIA COM A MODELAGEM MATEMÁTICA

$$V = A \cdot h$$

Site:

<https://sites.google.com/view/geometriamodelagem/in%C3%ADcio>

2021

Jataí-GO

PRODUTO EDUCACIONAL

VÍTOR FRANCO RODRIGUES

ADELINO CÂNDIDO PIMENTA

Site:

**ENSINANDO GEOMETRIA COM A
MODELAGEM MATEMÁTICA**

Link de acesso:

<https://sites.google.com/view/geometriamodelagem/in%C3%ADcio>

Produto Educacional vinculado à dissertação:

**MODELAGEM MATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO-
APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA NO ENSINO MÉDIO**

Autorizo, para fins de estudo e de pesquisa, a reprodução e a divulgação total ou parcial desta dissertação, em meio convencional ou eletrônico, desde que a fonte seja citada.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)

Rodrigues, Vítor Franco.

Ensinando geometria com a modelagem matemática: Produto Educacional vinculado à dissertação “Modelagem matemática no processo de ensino-aprendizagem de geometria no Ensino Médio” [manuscrito] / Vítor Franco Rodrigues e Adelino Cândido Pimenta. -- 2021.

28f. ; il.

Produto Técnico/Tecnológico (Mestrado) – IFG – Câmpus Jataí, Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática, 2021.

1. Modelagem matemática. 2. Ensino de Geometria. 3. Aprendizagem significativa. 4. Ensino remoto. I. Pimenta, Adelino Cândido. II. IFG, Câmpus Jataí. III. Título.



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS JATAÍ

VITOR FRANCO RODRIGUES

ENSINANDO GEOMETRIA COM A MODELAGEM MATEMÁTICA

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre(a) em Educação para Ciências e Matemática, aprovado em 3 de novembro de 2021, pela banca examinadora constituída por: **Prof. Dr. Adelino Cândido Pimenta** - Presidente da banca / Orientador - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás; **Profa. Dra. Adriana Aparecida Molina Gomes** - Membro interno - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul e **Prof. Dr. Roberto Barcelos Souza** - Membro externo - Universidade Estadual de Goiás. A sessão de defesa foi devidamente registrada em ata que depois de assinada foi arquivada no dossiê do aluno.

(assinado eletronicamente)

Prof. Dr. Adelino Cândido Pimenta
Presidente da Banca (Orientador - IFG)

(assinado eletronicamente)

Profa. Dra. Adriana Aparecida Molina Gomes
Membro Interno (UFMS)

(assinado eletronicamente)

Prof. Dr. Roberto Barcelos Souza
Membro Externo (UEG)

Documento assinado eletronicamente por:

- Roberto Barcelos Souza, ROBERTO BARCELOS SOUZA - 234515 - DOCENTE DE ENSINO SUPERIOR NA ÁREA DE PESQUISA EDUCACIONAL - UEG (01112580000171), em 29/11/2021 18:22:41.
- Adriana Aparecida Molina Gomes, ADRIANA APARECIDA MOLINA GOMES - 234515 - DOCENTE DE ENSINO SUPERIOR NA ÁREA DE PESQUISA EDUCACIONAL - UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL (15461510000133), em 29/11/2021 11:20:23.
- Adelino Candido Pimenta, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 29/11/2021 11:04:48.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 22/11/2021. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifg.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 220916

Código de Autenticação: e3b1b54c18



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Rua Maria Vieira Cunha, nº 775, Residencial Flamboyant, JATAÍ / GO, CEP 75804-714
(64) 3632-8624 (ramal: 8624), (64) 3632-8610 (ramal: 8610)

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

- | | |
|---------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Tese | <input type="checkbox"/> Artigo Científico |
| <input type="checkbox"/> Dissertação | <input type="checkbox"/> Capítulo de Livro |
| <input type="checkbox"/> Monografia – Especialização | <input type="checkbox"/> Livro |
| <input type="checkbox"/> TCC - Graduação | <input type="checkbox"/> Trabalho Apresentado em Evento |
| <input checked="" type="checkbox"/> Produto Técnico e Educacional - Tipo: Site | |

Nome Completo do Autor: **Vítor Franco Rodrigues**

Matrícula: **20192020280146**

Título do Trabalho: **Ensinando Geometria com a Modelagem Matemática**

Autorização - Marque uma das opções

4. Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
5. Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ___/___/_____ (Embargo);
6. Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

- () O documento está sujeito a registro de patente.
 () O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
 () _____) Outra justificativa:

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- iv. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- v. obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- vi. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.



Jataí, 22/11/2021

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

**TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO
NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG**

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

- | | |
|---------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Tese | <input type="checkbox"/> Artigo Científico |
| <input type="checkbox"/> Dissertação | <input type="checkbox"/> Capítulo de Livro |
| <input type="checkbox"/> Monografia – Especialização | <input type="checkbox"/> Livro |
| <input type="checkbox"/> TCC - Graduação | <input type="checkbox"/> Trabalho Apresentado em Evento |
| <input checked="" type="checkbox"/> Produto Técnico e Educacional - Tipo: Site | |

Nome Completo do Autor: **Adelino Cândido Pimenta**

Matrícula: **271279**

Título do Trabalho: **Ensinando Geometria com a Modelagem Matemática**

Autorização - Marque uma das opções

7. Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
8. Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ___/___/_____ (Embargo);
9. Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

- O documento está sujeito a registro de patente.
 O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
 Outra justificativa: _____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- vii. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- viii. obteve autorização de quaisquer materiais incluídos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- ix. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.



Jataí, 22/11/2021

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais



Boas vindas

Olá navegantel!

Seja bem vindo(a) ao site: "Ensinando Geometria com a Modelagem Matemática". Este material digital de acesso público caracteriza-se como Produto Educacional, oriundo do trabalho dissertativo: "**Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem de Geometria no Ensino Médio**" do pesquisador Vítor Franco Rodrigues, sob orientação do Prof. Dr. Adelino Cândido Pimenta, vinculados ao Programa de Pós-graduação em Educação para Ciências e Matemática-PPGECM do Instituto Federal de Pesquisa Ciência de Tecnologia de Goiás IFG - Câmpus Jataí.

Nas páginas deste site você encontrará uma sequência didática envolvendo o ensino de Geometria por meio da Modelagem Matemática. Além de sugestões de autores, livros, vídeos e materiais didáticos acerca da inserção da Modelagem Matemática no ensino de Geometria.

A principal intenção deste site é auxiliar você (pesquisador, professor, aluno ou pessoa curiosa) a compreender a Modelagem Matemática voltada ao campo educacional e propor um roteiro de aulas que possa ser desenvolvido à distância (remotamente).

Neste roteiro é sugerido o estudo das formas, áreas, tamanhos e ocupações de um lago municipal, além de propor uma revitalização de sua orla, envolvendo cálculos geométricos e orçamentário.

Toda a sequência didática segue o passo a passo da Modelagem Matemática, buscando aprofundar os conhecimentos geométricos e interdisciplinares dos alunos, visando uma aprendizagem significativa.

Ficou curioso? Então venha navegar nas abas laterais desta página e desvendar um pouco mais sobre a Modelagem Matemática e sua aplicação no ensino de Geometria.

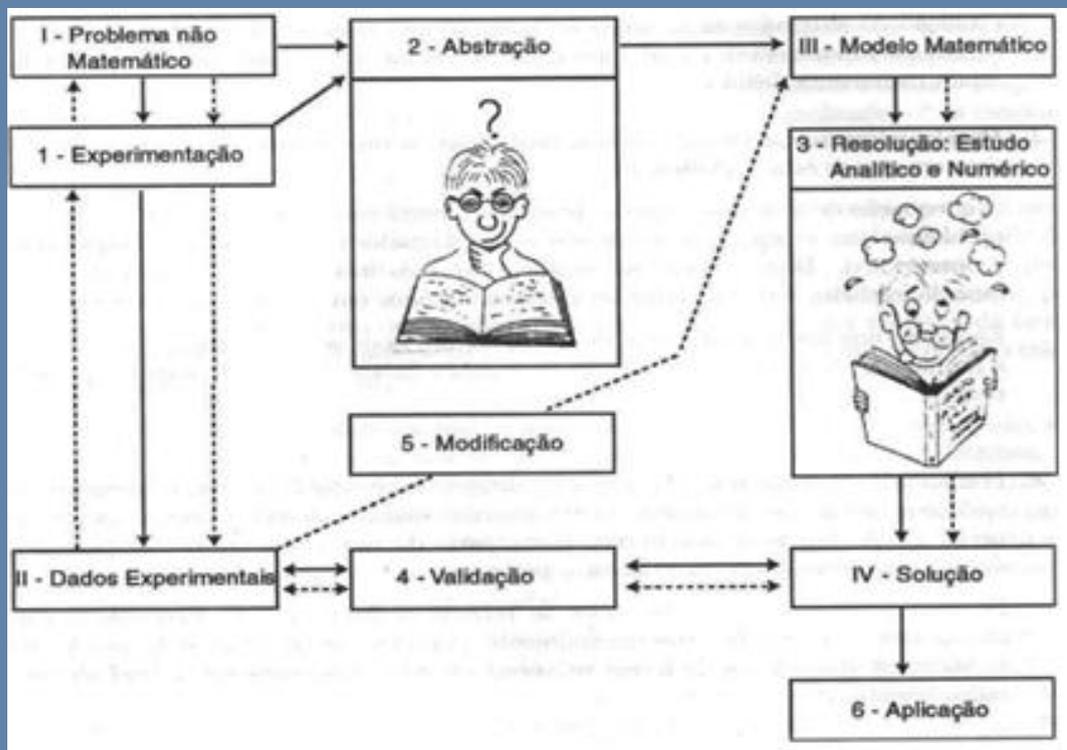
Espero que sua experiência seja enriquecedora e que este site possa contribuir com seus anseios pessoais, profissionais e educacionais.

Boa leitura!

O que é Modelagem Matemática?

A “Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos”. A importância do modelo matemático está na utilização de uma linguagem concisa, que consiga exprimir as ideias de maneira clara e sem equívocos, podendo proporcionar vários resultados (teoremas) que permitam o uso de métodos computacionais para calcular suas soluções numéricas (BASSANEZI, 2019, p.24).

Pensando na Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino, esta pode ser bastante eficaz, em que apresenta ao alunado um problema real ou semirreal, de preferência do meio cotidiano, onde os alunos irão realizar a coleta de dados, analisar as informações e apresentar os resultados em um modelo matemático que permita compreender, ponderar e avaliar a situação proposta (BARROS; GAMEIROS, 2016).



Fonte da imagem: Bassanezi (2019, p. 27)

AS FASES DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Por Bassanezi (2019) a primeira etapa da Modelagem Matemática é a “Experimentação”, nela ocorre a obtenção de dados por meio de atividades essencialmente laboratoriais. Podem ser adotadas técnicas e métodos estatísticos na pesquisa experimental concedendo maior grau de confiabilidade aos dados obtidos.

A segunda fase da Modelagem Matemática é a “Abstração”, neste momento são formulados os Modelos Matemáticos, passando pelas etapas de: seleção de variáveis; problematização numa linguagem própria da área em estudo; formulação das hipóteses e simplificação do modelo (BASSANEZI, 2019).

A terceira fase da modelagem, definida por Bassanezi (2019), é a “Resolução” na qual se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente. Em sequência vem a fase da “Validação” em que ocorre o processo de aceitação ou não do modelo proposto. Caso o modelo necessite de melhorias e adaptações em sua formulação, surge a necessidade de passar pela fase da “Modificação” buscando tornar o modelo conjurado o mais preciso e real possível.

A pesquisadora Maria Salett Biembengut (2009) simplificou as etapas da Modelagem Matemática em três principais fases: percepção, compreensão, significação/modelo.



Fonte: A daptado de Biembengut (2009).

Na fase da “Percepção” que também pode ser chamada de “Interação”, desenvolve-se um estudo sobre a situação problema em análise, este estudo pode ocorrer de modo indireto através de livros, revistas especializadas ou algum material teórico, ou pode ocorrer de forma direta, *in loco*, por meio da experiência em campo, de dados experimentais obtidos com especialistas da área. Biembengut e Hein (2021), descreve que a fase da “Percepção” pode ser subdividida em duas, o reconhecimento da situação-problema e a familiarização, dessa forma a situação-problema em estudo se torna mais clara à medida que se interage com os dados.

Levando para o campo educacional, onde muitas vezes é exigido pelo sistema de ensino o estudo de conteúdos programáticos, o professor seguirá as mesmas etapas da modelagem. Na primeira fase “Percepção” o professor pode realizar uma breve exposição sobre o tema, atribuindo aos alunos certa delimitação com a área de estudo que tenham mais interesse, motivando-os a participar do processo de modelagem. O professor, em sequência faz um levantamento de questões aos alunos, buscando instigá-los e dar sugestões (BIEMBENGUT; HEIN, 2021).

Biembengut e Hein (2021) descrevem que a fase da “Compreensão” também chamada de “Matematização”, é a mais complexa de todas e pode ser subdividida em *formulação do problema e resolução*.

Na etapa de *formulação do problema* ocorre a “tradução” da situação problema para a linguagem matemática. Na *formulação do problema*, surgem as hipóteses, sendo necessário classificar as informações levantadas em relevantes e não relevantes, decidir quais serão os fatores a serem investigados, selecionar as variáveis e constantes do problema, utilizar símbolos apropriados para cada variável e descrever as relações em termos matemáticos. Ou seja, ao final desta etapa espera-se “chegar a um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébricas, ou gráficos, ou representações, ou programa computacional que levem à solução ou a dedução de uma solução” Na etapa da *Resolução de problema*, ocorre “à resolução ou análise com o “ferramental” matemático de que se dispõe.” (BIEMBENGUT; HEIN, 2021, p.14).

Em sala de aula, Biembengut e Hein (2021) sugerem que a fase da “matematização” ocorra a seleção de uma das questões levantadas pelo grupo de alunos e busca-se levar os alunos a proporem respostas que os levarão a atingir as metas propostas. Pode solicitar-se aos alunos que façam uma pesquisa sobre o assunto em estudo. Durante o processo de formulação da questão o professor suscitará um conteúdo matemático que almeja trabalhar e delimitará a abrangência do caso/problema dentro deste conteúdo, sem perder de vista a motivação dos alunos.

Ainda na fase da “matematização” podem ser propostos exemplos análogos para que o conteúdo não se restrinja ao modelo. Estes exemplos permitem uma visão mais clara ao aluno sobre o assunto em estudo, preenchendo possíveis lacunas no entendimento. Podem ser propostos também a resolução de exercícios de modo a verificar se os conceitos apresentados foram aprendidos. Por fim, na etapa da “matematização” retoma-se à questão que gerou o processo, apresentando uma solução. (BIEMBENGUT; HEIN, 2021).

A última fase da modelagem expressa por Biembengut e Hein (2021) denomina-se Significação-Modelo. Nesta fase conclui-se o modelo, ocorrendo uma avaliação em que se verifica o grau de confiabilidade na sua utilização, desenvolvendo a interpretação do modelo ao analisar as suas implicações da solução e a adequabilidade do modelo em resolver o caso/problema, validando assim o modelo. No campo educacional essa fase não é diferente, o grupo de alunos irá avaliar o modelo matemático quanto à validade e à importância, caso necessário, retoma-se o processo para melhoria do modelo.

REFERÊNCIAS

BARROS, Carina Simionato de; GAMEIRO, Augusto Hauber. MODELAGEM MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA PEDAGÓGICA DE GESTÃO EM UMA ESCOLA-FAZENDA. **Trilhas Pedagógicas**, São Paulo, v. 6, n. 6, p. 111-130, Ago 2016. Disponível em: <http://www.fatece.edu.br/arquivos/arquivos%20revistas/trilhas/volume6/7.pdf> Acesso em: 13 out. 2019.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**: uma nova estratégia. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2011.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**: uma nova estratégia. 4. ed. 2ª reimpressão São Paulo: Contexto, 2019.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **ALEXANDRIA**, Florianópolis-SC, v.2, n.2, p.7-32, 1 jul. 2009. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37939>>. Acesso em: 13 out. 2019.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 5 ed., 5ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2021.

Sugestões de autores e livros da Modelagem Matemática



Rodney Carlos Bassanezi

Rodney Carlos Bassanezi é professor titular aposentado do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (IMECC) da Unicamp e da UFABC. Coordenou cursos de Modelagem Matemática na Universidade de Trento, na Itália, e em uma dezena de universidades brasileiras. É autor de diversos livros, entre os quais Introdução ao Cálculo e Aplicações, Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática e Modelagem Matemática: teoria e prática.

Fonte. Editora Contexto (2019).



Maria Salett Biembengut

Maria Salett Biembengut é professora e pesquisadora na Universidade Regional de Blumenau (FURB). Matemática com especialização na Unicamp, mestrado em Educação Matemática pela Unesp (sob orientação do professor Rodney Carlos Bassanezi), doutorado em Engenharia de Produção de Sistemas pela UFSC e Pós-Doutorado em Educação pela USP. É Presidente do Comitê Interamericano de Educação Matemática - CIAEM (2003-2007) e fundadora do Centro de Referência da Modelagem Matemática no Ensino - CREMM.

Fonte: Editora Contexto (2021)

Dionísio Burak



Possui graduação em Matemática pela Universidade Estadual do Centro-Oeste (1973), mestrado em Ensino de Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (1987) e doutorado pela Universidade Estadual de Campinas (1992). Atualmente é rt-20 da Universidade Estadual de Ponta Grossa no Programa de Pós - Graduação em Educação e rt 20 do Programa de Pós-Graduação em Ciências Naturais e Matemática. Professor titular aposentado do Departamento de Matemática da Universidade Estadual do Centro-Oeste em (2013). Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: modelagem matemática na educação matemática, ensino e aprendizagem e ensino de matemática. Pós-Doutorado (2010) - Universidade Federal do Pará- orientadora Profa Dr^a Rosália Maria Ribeiro de Aragão. Atualmente é Pesquisador Sênior da Fundação Araucária.

Fonte: Currículo Lattes (2020)

Nelson Hein



Graduado em Ciências (1987) e em Matemática (1988) pela Universidade Regional de Blumenau - FURB, especialista em Ensino de Ciências / Matemática pela Universidade Regional de Blumenau (1990). Mestrado (1994) e Doutorado (1998) em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Possui Pós-Doutorado pelo IMPA - Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (2003) e pela Anderson School of Management da Universidade do Novo México (EUA), concluído em 2011. É professor do Departamento de Matemática da Universidade Regional de Blumenau desde 1989. Atualmente é professor permanente no Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis (PPGCC) da Universidade Regional de Blumenau. Tem experiência na área de Matemática Aplicada, atuando principalmente nos seguintes temas: análise estatística multivariada e análise decisória multicritério. Coordena o grupo de Estudos MULTIVAR vinculado ao Grupo Español de Decisión Multicriterio (GEDM).

Fonte: Currículo Lattes (2020)

Ensino-aprendizagem com modelagem matemática (4ª edição-2019)



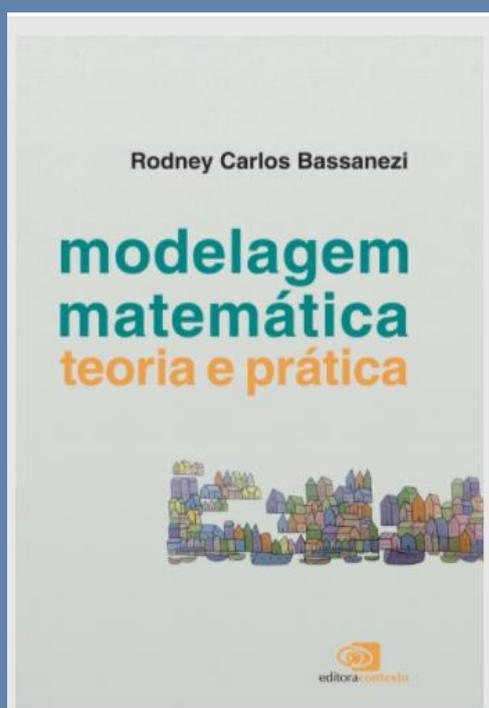
A modelagem matemática é a matemática por excelência, pois as origens das ideias centrais desta ciência são o resultado da busca da explicação dos fatos observados na vida real. Este livro é mais que uma proposta inovadora, é um verdadeiro guia de ensino-aprendizagem de matemática por meio da modelagem. Partindo da conceituação informal deste método até chegar à sua aplicação em problemas complexos e sofisticados, demonstra como a modelagem foi e pode ser aplicada às mais diversas situações com distintos graus de dificuldade e precisão. O matemático Rodney Bassanezi compõe uma obra dinâmica com exemplos e propostas que podem ser entendidos e aplicados em distintos momentos: programas de iniciação científica, cursos de disciplinas específicas (Biologia, Física, Engenharia, Agronomia, Estudos de população entre outras), aperfeiçoamento de professores e estudos individuais em que o leitor pode aventurar-se na construção de seus próprios modelos, com base na grande variedade de exemplos apresentados. Obra única e referência obrigatória no assunto.

Autor: Rodney Carlos Bassanezi

Fonte: Editora contexto

Link: <https://www.editoracontexto.com.br/produto/ensino-aprendizagem-com-modelagem-matematica/1496804>

Modelagem matemática: teoria e prática (2015)



A modelagem matemática permite abordar e resolver problemas de diferentes naturezas em diferentes áreas, com a utilização de números, gráficos, tabelas e equações. Neste livro, Rodney Carlos Bassanezi mostra, com exemplos práticos, como a modelagem matemática pode ser aplicada no ensino.

Nos últimos tempos, diversos pesquisadores têm buscado caminhos para a renovação pedagógica ao criar ambientes de ensino e aprendizagem favoráveis à capacitação de pessoas com perfil adequado aos novos tempos. O ensino-aprendizagem com modelagem matemática é um dos frutos mais ricos e promissores dessa busca. Esta obra atua, assim, como inspiração para professores e futuros professores de Matemática que desejam renovar criativamente seu método de ensino, tornando a ciência mais fácil de ser absorvida pelos alunos.

Autor: Rodney Carlos Bassanezi

Fonte: Editora contexto (2021)

Link: <https://www.editoracontexto.com.br/produto/modelagem-matematica-teoria-e-pratica/1496705>

Modelagem matemática no ensino (5ª edição -2021)

A modelagem matemática busca traduzir situações reais para uma linguagem matemática, para que, por meio desta, possamos melhor compreendê-las. Neste livro, a modelagem é levada para o dia a dia da sala de aula em suas várias possibilidades de trabalho mostrando como o professor pode fazer para ensinar melhor.

Autora: Maria Salett Biembengut e Nelson Hein

Fonte: Editora contexto (2021)

Link: <https://www.editoracontexto.com.br/produto/modelagem-matematica-no-ensino/1496704>

Modelagem nos anos iniciais do ensino fundamental: Ciências e Matemática (2019)

A modelagem é o método de ensino que traz questões do cotidiano da criança para a sala de aula. Ela valoriza os saberes que o aluno já traz do seu dia a dia, aproximando-o dos conceitos ensinados na escola e criando, assim, condições para que aprenda e compreenda melhor o significado do que está estudando.

Com base em anos de experiência ao lado de outros docentes, a autora apresenta neste livro a modelagem na educação, com propostas de aplicação no ensino de Ciências e Matemática.

Obra voltada para educadores em geral e professores dos anos iniciais do ensino fundamental.

Autora: Maria Salett Biembengut

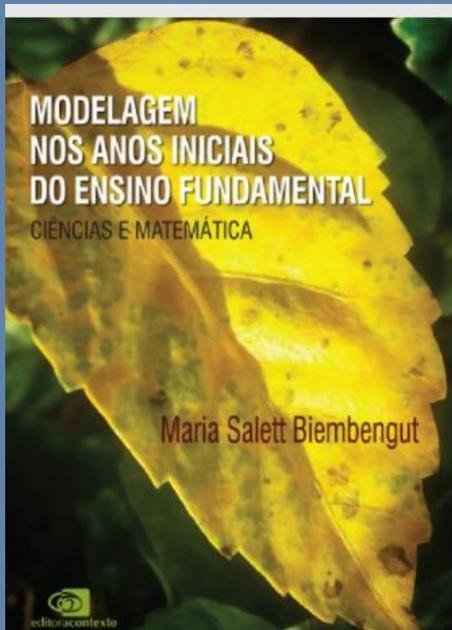
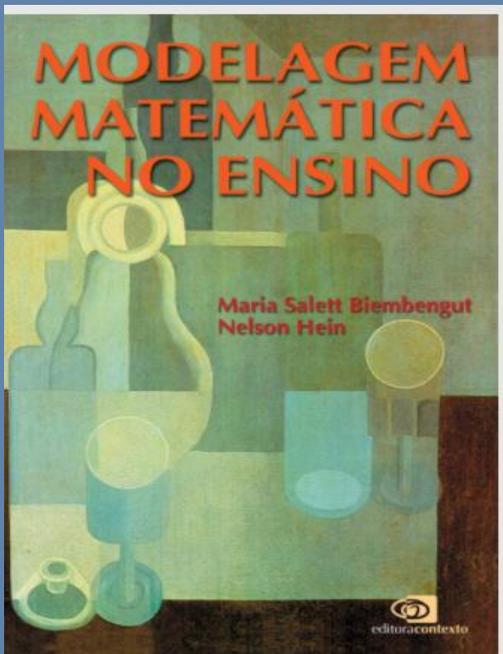
Fonte: Editora contexto (2021)

Link: <https://www.editoracontexto.com.br/produto/modelagem-nos-anos-iniciais-do-ensino-fundamental-ciencias-e-matematica/1767442>

Modelagem na Educação Matemática e na Ciência (2016)

A modelagem na Educação Matemática tem estado no âmago das proposições educacionais nos mais diversos países. A compreensão da ideia de modelo está presente em diferentes áreas do conhecimento- artes, moda, cartografia, ciências humanas e da natureza , literatura, filosofia, tecnologias, etc. Faz parte de nosso viver no trabalho, na criação , na pesquisa. Apesar de apresentar diferentes sentidos , em geral, destaca-se o senso de representação de algo que se pretende realizar, entender explicar e/ o u transferir, imitar, alcançar. Neste livro, a autora apresenta uma reflexão advinda de três décadas de trabalho com modelagem na educação em Ciências e Matemática. Trata-se de um método de ensino aliado à pesquisa , que permite ser utilizado não apenas na disciplina de Matemática , mas em todas as disciplinas da Educação Básica. Seu propósito é contribuir pedagogicamente nos cursos de formação inicial e continuada de professores de Matemática ,Ciências e Pedagogia. Consiste, ainda, em inspirar os docentes a seguirem esta vereda da modelagem e, ao mesmo tempo , despertar nos estudantes a compreensão dos diversos elementos que compõem a natureza do conhecimento científico.

link: https://www.estantevirtual.com.br/livros/biembengut-maria-salett/modelagem-na-educacao-matematica-e-na-ciencia/1175582735?show_suggestion=0



Dionísio Burak
Rosália M. R. de Aragão

A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa



A modelagem matemática: e relações coma a aprendizagem significativa (2012)

Estimulamos, neste trabalho, a visão de que uma nova forma de tratar o conhecimento deve se fazer presente nas aulas, não apenas nas aulas de matemática, mas daquelas que devem se constituir, como diz Morin (2006), referências ao contexto, ao global e ao complexo, e deve mobilizar o que o conhecedor sabe do mundo.

Nessa perspectiva, elaboramos essa obra, de forma tal que possa ensejar reflexões, discussões e pesquisas sobre aulas de matemática, não somente buscando trazer soluções, mas também provocar reflexões, discussões, estudos e, sobretudo, desenvolver ações efetivas no âmbito dessas aulas, com o que ou a partir do que para elas oferecemos como diferencial de qualidade científica e pedagógica.

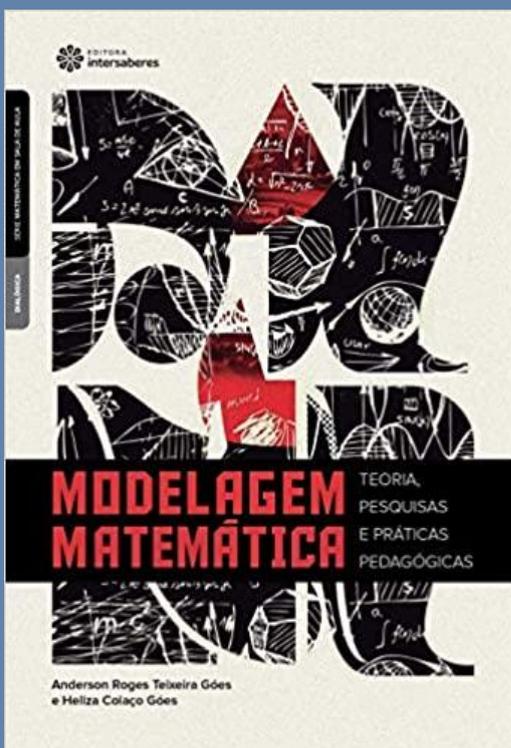
Modelagem Matemática: teoria, pesquisas e práticas pedagógicas (2016)

Ao falarmos de educação matemática, devemos ter em mente que a associação entre teoria e prática é essencial para um processo de ensino-aprendizagem eficiente e significativo. Pensando nisso, trazemos para você a oportunidade de conhecer uma das tendências mais importantes nessa área de ensino: a Modelagem Matemática – que tem como objetivo promover uma verdadeira interdisciplinaridade entre os conteúdos matemáticos e os diversos assuntos que compõem o cotidiano do estudante. Junte-se a nós nesta leitura e reflita sobre as vantagens que essa estratégia pedagógica pode oferecer para a prática docente.

Autores: [Anderson Roges Teixeira Góes](#) , [Heliza Colaço Góes](#)

Fonte: Amazon livros (2021)

link: https://www.amazon.com.br/Modelagem-matem%C3%A1tica-pesquisas-pr%C3%A1ticas-pedag%C3%B3gicas/dp/8559722408/ref=asc_df_8559722408/?tag=googleshopp00-20&linkCode=df0&hvadid=379818118514&hvpos=&hvnetw=g&hvrnd=6812617044700506286&hvpone=&hvptwo=&hvqmt=&hvdev=c&hvdvcmdl=&hvlocint=&hvlocphy=1031818&hvtargid=pla-893952584383&psc=1



Sequência Didática

Caro leitor,

Nesta página apresentamos uma sequência didática voltada para a aplicação do Modelagem Matemática no ensino de Geometria em aulas não presenciais (à distância), trabalhando principalmente os conteúdos: formas geométricas de elementos irregulares, fórmulas de área e volume, noção espacial e de ocupação dos corpos, entre outros conteúdos da Geometria, indo além da própria Matemática, buscando trabalhar a interdisciplinaridade.

A sequência didática adotou como caso motivador o estudo das dimensões e formas de um lago público e sugeriu o planejamento da revitalização de sua orla. Entendemos que essa sequência didática é passível de aplicação em qualquer cidade que tenha lagos ou represas em parques públicos o que pode levar os alunos a se interessarem pelo estudo de um problema motivador real e de seu convívio.

A Modelagem Matemática tem como proposta apresentar uma situação problema capaz de motivar os discentes a buscarem soluções dentro da teoria matemática. Utilizar da modelagem como estratégia de ensino de matemática possibilita ao aluno responder a seguinte questão: para que aprender matemática? (BIEMBENGUT, 2009).

Barbosa (1999) sugere procedimentos a serem seguidos no uso da modelagem:

1. Escolha de um tema central a ser estudado pelos discentes;
2. Captura de dados gerais e quantitativos para levantamento das hipóteses;
3. Elaboração de problemas conforme o despertar do grupo de alunos;
4. Seleção das variáveis envolvidas nos problemas, formulando as hipóteses;
5. Estudo e sinterização dos conceitos e teorias que serão usados na resolução do problema;
6. Interpretação das soluções.
7. Validação dos modelos.

A presente sequência didática propõe desenvolver um conjunto de dez (10) aulas que totalizaram dez (10) horas e trinta (30) minutos de aulas/atividades sobre o tema geral "O lago municipal". A sequência didática foi repartida em duas etapas. A primeira referente ao volume total de água do lago e a segunda etapa sobre a revitalização da orla do lago.

Primeira etapa – Volume de água do lago

Primeiramente os alunos serão desafiados a resolverem o caso/problema do volume de água do lago de sua cidade. Para a primeira etapa da sequência didática foram traçados os seguintes objetivos:

Objetivo geral: dimensionar o volume de água existente no Lago Municipal

Objetivos específicos: calcular a área e volume de elementos irregulares; recordar e aplicar fórmulas conhecidas de áreas geométricas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio, círculo, entre outras formas usuais); estipular métodos práticos para encontrar a profundidade média do lago; constatar as possíveis variantes do volume de água do lago; desenvolver modelo (fórmula) universal em linguagem matemática, que permita resolver o cálculo do volume de água de objetos irregulares.

Segunda etapa – revitalização da orla do lago

Após a conclusão da primeira etapa, os alunos passarão a desenvolver modelos de projetos de revitalização da orla do lago, agregando elementos nos entornos do lago que poderão contribuir para a melhoria do local, tornando-o mais agradável à sociedade.

Nesta etapa os alunos terão que analisar a situação do lago, propor soluções para os problemas destacados pelo grupo e realizar o projeto de revitalização. Primeiramente os alunos calcularão as áreas da orla do lago, utilizando-se também de formas geométricas conhecidas, em seguida distribuirão os elementos de melhoria do lago, calculando-se a área disponível e a área solicitada de cada objeto acrescentado.

Para a segunda etapa da sequência didática foram traçados os seguintes objetivos:

Objetivo geral: projetar um modelo de revitalização da orla do lago municipal, agregando elementos conforme as áreas disponíveis.

Objetivos específicos: calcular a área de elementos irregulares; recordar e aplicar fórmulas conhecidas de áreas geométricas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio, círculo, entre outras formas usuais); despertar a noção de ocupação espacial de objetos; realizar cálculos de divisão de área solicitante em relação a área disponível e por fim, descrever um modelo (fórmula) universal em linguagem matemática em conjunto com o grupo de alunos participantes e direcionamento do pesquisador.

Ao utilizar a Modelagem Matemática e trabalhar diretamente com um problema real, os conteúdos muitas vezes serão interdisciplinares, pois conforme as estratégias adotadas pelos alunos na análise/estudo/resolução do problema, podem ser abordados conteúdos além do programado, tornando a aula ainda mais rica em aprendizagem.

Estratégias de Aprendizagem

Os conteúdos de ensino serão abordados de forma prática e participativa em modelo totalmente remoto, onde os alunos serão instigados a resolverem matematicamente as problemáticas existentes no lago Municipal, situado na região onde eles estão inseridos, trazendo o problema o mais próximo da realidade e do cotidiano dos estudantes.

O pesquisador conduzirá o alunado à problemática em questão e realizará a ligação entre as possíveis ideias exploradas e o saber sistematizado dentro da perspectiva de Modelagem Matemática, seguindo o roteiro abaixo:

Roteiro das aulas

Sequência didática: Modelagem Matemática na Geometria - estudo do lago municipal.

1ª ETAPA

AULA 1 - Primeiro contato com os alunos – Convite de participação/Questionário inicial

Formato: Aula remota síncrona / atividade assíncrona

Duração: 30 minutos de aula e uma semana de prazo para responder o questionário

Meio de comunicação: Google Meet® e Google Forms®

Desenvolvimento: Sugere-se que durante a aula regular de Matemática, ocorra a apresentação do pesquisador (caso não seja conhecido(a) dos alunos participantes) e realize o convite aos alunos do Ensino Médio (preferencialmente alunos do 2º ou 3º ano) para participarem da pesquisa “Modelagem Matemática no processo de Ensino-Aprendizagem de Geometria no Ensino Médio”.

Os alunos que aceitaram o convite, responderão a um “Questionário Inicial” (exemplo de questionário inicial apresentado abaixo) que servirá como uma ficha de inscrição ao projeto.

Além do convite de forma remota instantânea, o pesquisador poderá encaminhar um vídeo de convite aos alunos, por meio da plataforma digital de ensino ou número do WhatsApp e/ou e-mail dos alunos.

*O termo "pesquisador" refere-se ao professor(a) ou grupo de professores, que estejam aplicando esta sequência didática.

* O termo "alunos" refere-se tanto ao gênero masculino quanto ao feminino.



QUESTIONÁRIO INICIAL

Olá, meu nome é Vitor Franco Rodrigues e estou muito feliz por você ter aceitado participar voluntariamente do meu projeto de pesquisa “Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem de Geometria no Ensino Médio”, desenvolvida para o Programa de Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, ofertado na cidade de Jataí, e tem como objetivo principal analisar as possíveis contribuições da Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem de Geometria no Ensino Médio.

Tenho certeza que iremos aprender juntos e desenvolver um belo trabalho. Este questionário faz parte dos instrumentos elaborados para a coleta de dados da pesquisa. É importante ressaltar que as respostas aqui fornecidas serão tratadas dentro do mais absoluto sigilo, garantindo a privacidade e o anonimato dos participantes. Dessa forma, pedimos que o responda com toda SINCERIDADE.

Instruções:

- O presente questionário possui dois blocos de perguntas, o 1º bloco tem a intenção de conhecer um pouco mais sobre você, participante desta pesquisa, para melhor compreender quais são as características da população pesquisada, como idade, sexo,

AULA 2 - Apresentação do tema/problema motivador, introdução do “Questionário 2”

Formato: Atividade assíncrona

Duração: Aproximado 1 hora para execução da atividade e uma semana de prazo para entrega.

Meio de comunicação: Google Forms[®]; WhatsApp[®]; YouTube[®]

Desenvolvimento: Com o grupo de alunos formado, sugere-se que pesquisador abra uma sala de comunicação via WhatsApp[®] e adicione todos os alunos participantes. Encaminhe um vídeo, disponibilizado via Youtube[®], da apresentação do caso/problema: o lago municipal da cidade na qual residem os alunos. Em sequência o pesquisador irá solicitar que os alunos respondam ao “Questionário 2” (exemplo de questionário abaixo) por meio do Google Forms[®] no qual, indagará sobre a motivação em trabalhar com o caso proposto e sobre a análise pessoal a respeito do lago de sua cidade.

Para que os alunos relembrem como está o lago municipal, o pesquisador poderá fornecer uma gravação em vídeo do lago, como segue o exemplo:



Questionário 2

Olá! Neste questionário foram elaboradas algumas perguntas sobre o lago municipal de Mineiros-GO "Canto do Cerrado". Talvez para algumas perguntas você não tenha respostas imediatas e necessite pesquisar as respostas na web, indagar professores, amigos, pais, etc. Peço que você responda com paciência, entusiasmo e com muita criatividade, colocando sua cabeça a pensar. Não há uma resposta certa ou errada, este questionário tem a intenção de verificar sua capacidade de analisar um problema, raciocinar e de criar modelos de soluções.

AULA 3- 1ª aula do projeto – Levantamento de dados – área de água do lago

Formato: Aula síncrona

Duração: 1 hora e 30 minutos

Meio de comunicação: Google Meet®

Desenvolvimento: Nesta aula os alunos participarão de uma conversa virtual, debatendo entre eles e com o pesquisador sobre as respostas coletadas no “Questionário 2”, de forma a pontuar os pontos em comuns e divergentes das respostas sobre as perguntas:.

- Como calcular a quantidade de água presente no lago?;
- Quais fatores podem interferir no volume de água do lago?;
- Como está atualmente o lago municipal de sua cidade?;
- O que é possível fazer para melhorar o lago municipal?;

O grupo (alunos e pesquisador) registrará os pontos principais da revitalização do lago e das formas de obter-se o volume de água e irão desenvolver em conjunto, com o direcionamento constante do pesquisador, uma fórmula matemática (modelo) que permita calcular o volume de água do lago.

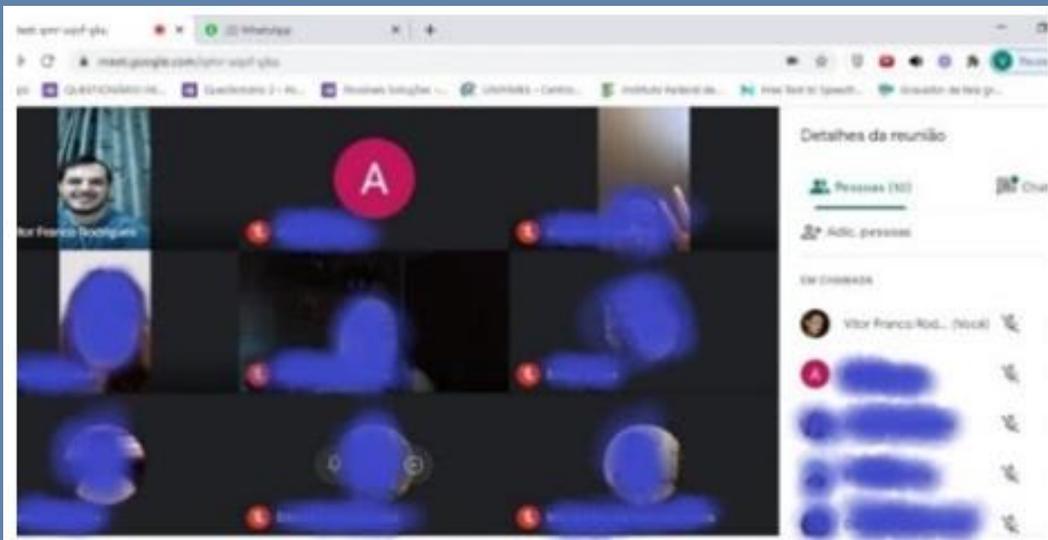


Imagem ilustrativa da aula no Google Meet.
Fonte: própria pesquisa

AULA 4 - Vídeo aula: utilizando o Google Earth® – etapa da coleta/produção de dados

Formato: Aula assíncrona

Duração: 30 minutos

Meio de comunicação: YouTube®

Desenvolvimento: Nesta aula o pesquisador encaminhará uma vídeo aula instrutivo (exemplo de vídeo abaixo), sobre como baixar, instalar e utilizar o programa Google Earth® (programa gratuito que permite visualizar a superfície terrestre por um mosaico de imagens de satélite).

Os alunos usarão o Google Earth para coletar informações do lago, como medidas, formatos, e objetos/construções presentes no local. Este programa permitirá aos alunos, mesmo estando em casa, fazerem o levantamento de informações do caso problema e conjecturar modelos de soluções para calcular a área de abrangência do lago.



AULA 5 - Desenvolvimento dos modelos de verificação da área de água do lago

Formato: Atividade assíncrona

Duração: Majorado em 1 hora

Meio de comunicação: WhatsApp®

Desenvolvimento: Após todos os alunos terem conseguido baixar, instalar e utilizar o Google Earth, nesta aula eles realizarão o levantamento das medidas necessárias para calcular-se a área total de abrangência de água do lago.

Muitos lagos possuem formas irregulares, nestes casos, os alunos irão repartir a área de formato irregular do lago em diferentes formas geométricas conhecidas (triângulos, retângulos, quadrados, trapézios, entre outras formas geométricas) e aplicarão as fórmulas usuais para encontrar a área de cada formato geométrico, somando-as no final.

Todos os registros de cálculos efetuados e modelos de divisão utilizados serão encaminhados ao pesquisador no fim da aula.

AULA 6 - 2ª aula remota – Analisando os modelos conjecturados /validando o modelo e iniciando a 2ª etapa da sequência didática.

Formato: Aula síncrona

Duração: 1 hora e 30 minutos

Meio de comunicação: Google Meet®

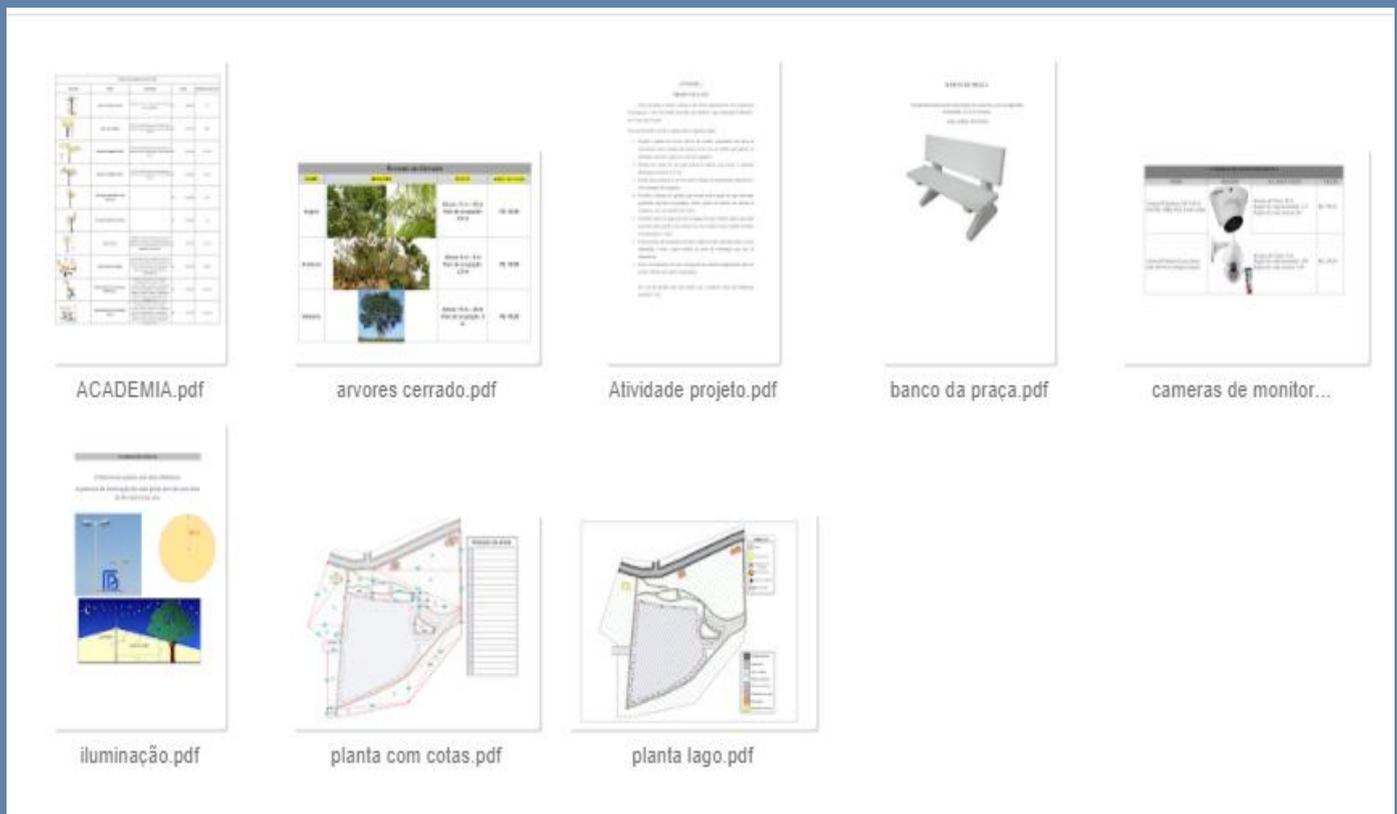
Desenvolvimento: Nesta aula remota síncrona, o grupo (alunos e pesquisador) observará os modelos de divisão da área do lago e as medidas de áreas encontradas pelos alunos que realizaram a atividade da aula anterior. Levantarão as constantes e variáveis do caso/problema do volume de água e validarão o modelo matemático conjecturado na aula 3, ou seja, irão verificar se realmente o modelo que haviam formulado para encontrar o volume de água é aplicável ao caso em estudo.

Ainda durante a aula, dará início a 2ª etapa da sequência didática. Primeiramente os alunos definirão quais os elementos serão acrescentados na orla do lago para sua revitalização, como por exemplo: árvores, postes de iluminação, equipamentos de ginástica, campo de areia, câmeras de vigilância, bancos de praça, entre outros itens que perante a visão dos alunos deixará o lago melhor a comunidade.

Com os itens definidos, o pesquisador encaminhará aos alunos, após o término da aula, as listas dos elementos sugeridos com suas dimensões de ocupação e valor unitário para orçamentação.

O pesquisador, se preferir, poderá solicitar aos alunos que pesquisem sobre os elementos e encontrem as informações necessárias (dimensões e valor), isso demandará pelo menos mais uma aula para efetivar a busca e registro das listas de elementos.

Abaixo são apresentadas listas exemplos dos elementos: árvores, equipamentos de ginástica, câmeras de vigilância, poste de iluminação, banco de praça. Além da planta baixa do lago e um guia resumo da atividade.



AULA 7 - Desenvolvimento dos projetos de revitalização do lago.

Formato: Atividade assíncrona

Duração: Majorado em 1 hora e 30 minutos (prazo de duas semanas de entrega)

Meio de comunicação: WhatsApp®

Desenvolvimento: Nesta aula os alunos desenvolverão os modelos de revitalização da orla do lago, distribuindo os elementos (selecionados por eles na aula anterior), conforme os espaços disponíveis e as dimensões solicitantes de ocupação de cada elemento, utilizando o material de apoio disponibilizado pelo pesquisador.

Os cálculos efetuados pelos alunos e os modelos de revitalização serão encaminhados ao pesquisador via WhatsApp®.

Esta etapa da atividade demandará maior atenção do pesquisador, pois muitas dúvidas surgirão durante a execução da atividade, portanto, as aulas 8 e 9 complementam as informações/explicações e sugere um exemplo de como desenvolver a atividade de revitalização da orla do lago.

AULA 8 - Explicando o projeto de revitalização do lago

Formato: Aula assíncrona

Duração: 30 minutos

Meio de comunicação: YouTube®

Desenvolvimento: O pesquisador enviará um vídeo aula explicando como poderia ser realizado o projeto de revitalização da orla do lago. Neste vídeo, o pesquisador apresentará todas as listas dos elementos que serão acrescidos no lago e indicará formas de auxiliar no desenvolvimento da tarefa. Abaixo exemplo de vídeo aula.



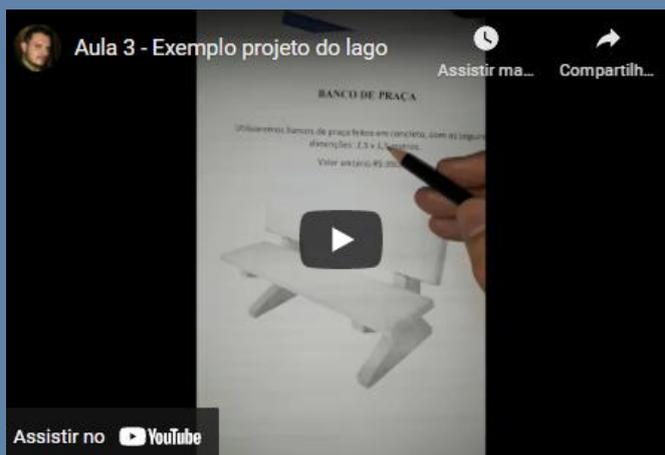
AULA 9 - Exemplo de projeto de revitalização do lago

Formato: Aula assíncrona

Duração: 30 minutos

Meio de comunicação: YouTube®

Desenvolvimento: Buscando sanar as constantes dúvidas dos alunos durante o processo de produção do modelo de revitalização do lago o pesquisador irá disponibilizar um novo vídeo aula, apresentando um exemplo de projeto de revitalização, deixando ainda mais claro ao alunado a intenção da atividade e indicando um exemplo de execução, de característica somente sugestiva, garantindo a liberdade criativa em seus modelos.



AULA 10 - Aula final – análise dos projetos de revitalização e considerações finais sobre a sequência didática

Formato: Aula síncrona

Duração: 1 hora e 30 minutos

Meio de comunicação: Google Meet® e Google Forms®

Desenvolvimento: Após o recebimento dos projetos de revitalização do lago, o grupo (alunos e pesquisador) reunirão em uma sala virtual para analisar todos os projetos desenvolvidos pelos alunos.

Neste momento o grupo irá comentar as principais características de cada projeto, as similaridades, diferenças e peculiaridades. É importante o pesquisador deixar os alunos à vontade para expressar suas ideias/opiniões, dentro de um ambiente escolar acolhedor.

Sequencialmente o grupo formulará um modelo de revitalização único com a contribuição de todos os alunos. Por fim, o pesquisador apontará os conteúdos trabalhados durante o desenvolvimento da sequência didática e solicitará que os alunos respondam a um “Questionário final” (exemplo abaixo), no qual, avaliam a sua participação no projeto e deixam comentários sobre as atividades desenvolvidas durante o percurso.

Questionário Final

Olá!

Obrigado por ter desenvolvido as atividades do projeto "Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem de Geometria no Ensino Médio" do professor Vitor Franco Rodrigues, pertencente ao Programa de Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, ofertado na cidade de Jataí.

Possibilidades de adequação da Sequência Didática

Caro leitor, de maneira geral, o desenvolvimento desta sequência didática em formato de aulas remotas permitirá efetivar as etapas da Modelagem Matemática com foco no ensino de Geometria. Porém ressaltamos que não é cabível considerar que a forma de aplicação e condução da sequência didática expressa nestas páginas seja um exemplo único e acabado de como trabalhar a Modelagem Matemática, mas sim, uma sugestão de caminho a ser seguido por pesquisadores e professores interessados em adotar a Modelagem Matemática no ensino.

Ao utilizar esta sequência didática em suas aulas ou pesquisas, seja integralmente ou parcialmente, é possível realizar adequações na proposta. As adequações serão relacionadas aos aspectos específicos do local de aplicação, tempo disponível para efetivar as etapas da sequência, os recursos disponíveis (digitais, físicos e pessoais) e as características dos sujeitos envolvidos.

Esta proposta didática não se restringe ao ensino à distância, pode ser inserida também no ensino híbrido ou até mesmo presencial, cabe você professor, ou pesquisador, adequá-la da melhor forma, enquadrando-a em sua realidade de sala de aula.

Deixaremos na aba "O que é Modelagem Matemática?" uma prévia sobre a Modelagem Matemática, para que você possa compreender esta metodologia de solução de problemas, utilizada também no campo educacional, além de uma lista de autores e livros sobre a aplicação da Modelagem Matemática na educação.

O que é Modelagem Matemática?

Autores e livros brasileiros da Modelagem Matemática

Grupo de pesquisa



ADELINO CÂNDIDO PIMENTA

Possui Licenciatura Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de Goiás - PUC GOIAS (1981), mestrado em Educação pela Pontifícia Universidade Católica de Goiás (2001) e doutorado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - UNESP RIO CLARO-SP (2009). Professor Titular, colaborador e pesquisador do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Goiás - Câmpus Jatai, professor e pesquisador no Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática Instituto Federal de Goiás, linha de Pesquisa Fundamentos, metodologias e recursos para a Educação para Ciências e Matemática - Câmpus Jatai, e Professor na Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Escola de Ciências Exatas e da Computação. Experiência na área de Educação, com ênfase em Tecnologias no Ensino de Matemática, e na formação de professores que ensinam matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: formação de professores, educação matemática, modelo dos campos semânticos e educação matemática, tecnologias e práticas de ensino.

Currículo Lattes:

lattes.cnpq.br/7917516642709787



VÍTOR FRANCO RODRIGUES

Mestrando em Educação para Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Goiás - IF Goiano - Campus Jataí. Bolsista do Programa Institucional de Bolsas para Alunos de Pós-Graduação Stricto Sensu do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - PIQ-Aluno. Graduado em Engenharia Civil pelo Centro Universitário de Mineiros- UNIFIMES (2016), possui especialização em Gestão de Sala de Aula no Ensino Superior - UNIFIMES (2017). Atuou profissionalmente como secretário escolar da rede municipal de educação de Mineiros-GO (2012-2016) e como Professor substituto no curso de Engenharia Civil da UNIFIMES (2017-2018). Desenvolve de forma autônoma projetos, execuções e reformas de construções residências.

Currículo Lattes:

lattes.cnpq.br/1711596741894948

ANEXOS

ANEXO A – Folha de rosto – Comitê de ética

 MINISTÉRIO DA SAÚDE - Conselho Nacional de Saúde - Comissão Nacional de Ética em Pesquisa – CONEP FOLHA DE ROSTO PARA PESQUISA ENVOLVENDO SERES HUMANOS			
1. Projeto de Pesquisa: MODELAGEM MATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA NO ENSINO MÉDIO			
2. Número de Participantes da Pesquisa: 30			
3. Área Temática:			
4. Área do Conhecimento: Multidisciplinar: Área Básica: Ensino; SubÁrea: En			
PESQUISADOR RESPONSÁVEL			
5. Nome: VITOR FRANCO RODRIGUES			
6. CPF: 010.470.221-41		7. Endereço (Rua, n.º): Rua Doza, Quadra B, Lote 18 VILA SAO SEBASTIAO MINEIROS GOIAS 75832504	
8. Nacionalidade: BRASILEIRO		9. Telefone: 84900511344	10. Outro Telefone:
		11. Email: vitorfrancoRodrigues@hotmail.com	
<p>Termo de Compromisso: Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas complementares. Comprometo-me a utilizar os materiais e dados coletados exclusivamente para os fins previstos no protocolo e a publicar os resultados sejam eles favoráveis ou não. Aceito as responsabilidades pela condução científica do projeto acima. Tenho ciência que essa folha será anexada ao projeto devidamente assinada por todos os responsáveis e fará parte integrante da documentação do mesmo.</p>			
Data: <u>12 / 05 / 2020</u>		 Assinatura	
INSTITUIÇÃO PROPONENTE			
12. Nome: INSTITUTO FEDERAL DE EDUCACAO, CIENCIA E TECNOLOGIA DE GOIAS		13. CNPJ: 10.670.883/0003-06	14. Unidade/Orgão: INSTITUTO FEDERAL DE EDUCACAO, CIENCIA E TECNOLOGIA DE GOIAS
15. Telefone: (62) 3227-2759		16. Outro Telefone: (64) 3605 0807	
<p>Termo de Compromisso (do responsável pela instituição) Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas Complementares e como esta instituição tem condições para o desenvolvimento deste projeto, autorizo sua execução.</p>			
Responsável: <u>Mara Rúbia de Souza Rodrigues Moraes</u>		CPF: <u>611.810.801-34</u>	
Cargo/Função: <u>Diretora Geral</u>			
Data: <u>12 / 05 / 2020</u>		 Assinatura	
PATROCINADOR PRINCIPAL		Mara Rúbia de Souza Rodrigues Moraes Diretora Geral IFG - Câmpus Jataí Port. nº 2.226 de 24/10/2017	
Não se aplica.			